

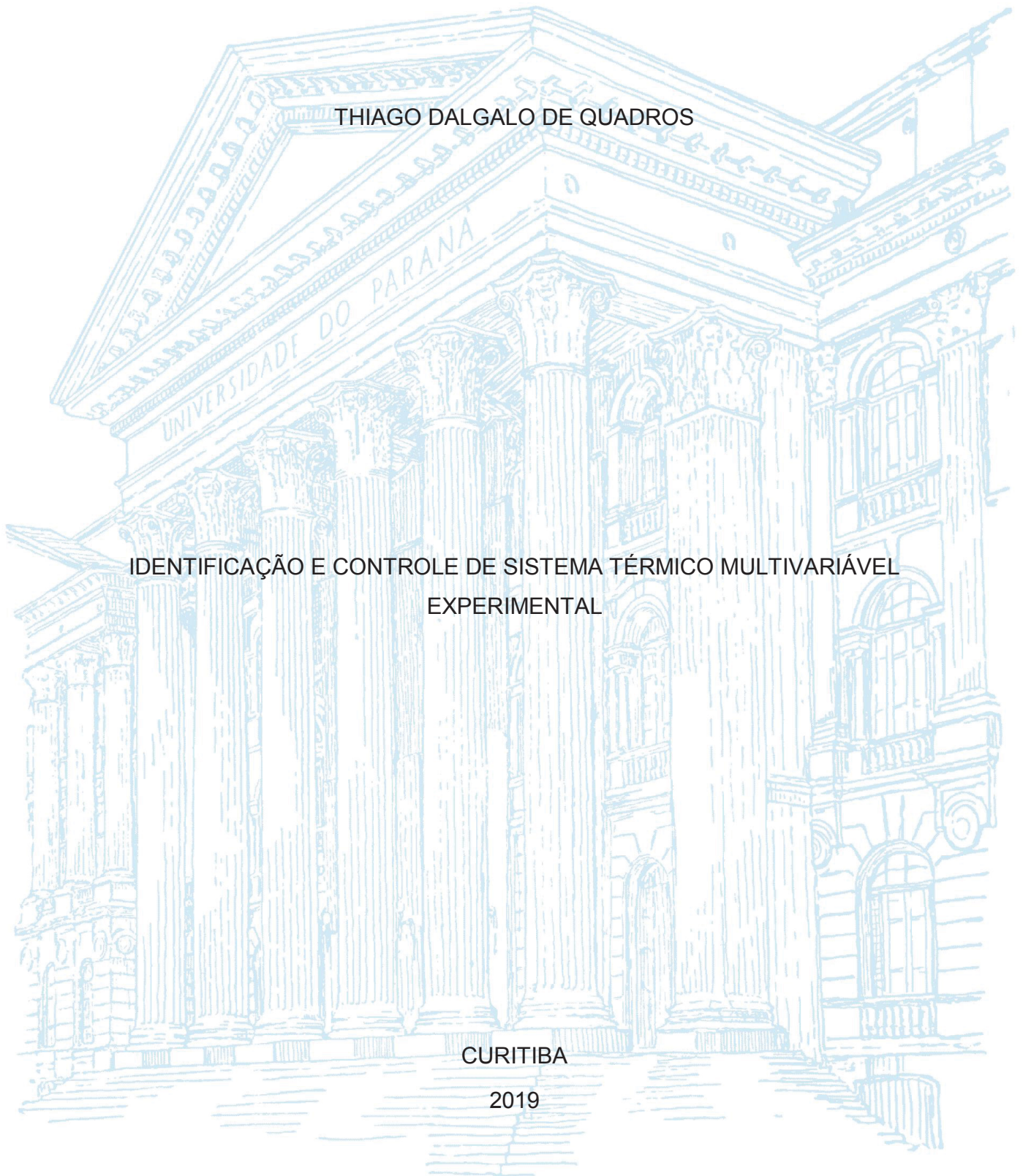
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

THIAGO DALGALO DE QUADROS

IDENTIFICAÇÃO E CONTROLE DE SISTEMA TÉRMICO MULTIVARIÁVEL  
EXPERIMENTAL

CURITIBA

2019



THIAGO DALGALO DE QUADROS

IDENTIFICAÇÃO E CONTROLE DE SISTEMA TÉRMICO MULTIVARIÁVEL  
EXPERIMENTAL

Dissertação apresentada ao curso de Pós-Graduação em Engenharia Química, Setor de Tecnologia, Universidade Federal do Paraná, como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Engenharia Química.

Orientador: Prof. Dr. Marcelo Kaminski Lenzi

CURITIBA

2019

Q1i

Quadros, Thiago Dalgalo de

Identificação e controle de sistema térmico multivariável experimental  
[recurso eletrônico] / Thiago Dalgalo de Quadros, 2019.

Dissertação (mestrado) – Pós-Graduação em Engenharia Química,  
Área de Concentração em Modelagem, Simulação, Otimização e  
Controle de Processos, Departamento de Engenharia Química, Setor de  
Tecnologia, Universidade Federal do Paraná.

Orientador: Prof. Dr. Marcelo Kaminski Lenzi

1. Cálculo Fracionário. 2. Processos químicos. 3. Engenharia  
química. I. Universidade Federal do Paraná. II. Lenzi, Marcelo  
Kaminski. III. Título.

CDD 660.281



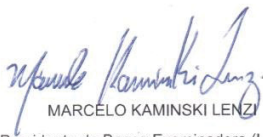
MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO  
SETOR SETOR DE TECNOLOGIA  
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ  
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO ENGENHARIA QUÍMICA  
- 40001016056P9

### TERMO DE APROVAÇÃO

Os membros da Banca Examinadora designada pelo Colegiado do Programa de Pós-Graduação em ENGENHARIA QUÍMICA da Universidade Federal do Paraná foram convocados para realizar a arguição da Dissertação de Mestrado de **THIAGO DALGALO DE QUADROS** intitulada: **Identificação e Controle de Sistema Térmico Multivariável Experimental**, após terem inquirido o aluno e realizado a avaliação do trabalho, são de parecer pela sua Aprovação no rito de defesa.

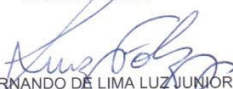
A outorga do título de mestre está sujeita à homologação pelo colegiado, ao atendimento de todas as indicações e correções solicitadas pela banca e ao pleno atendimento das demandas regimentais do Programa de Pós-Graduação.

CURITIBA, 15 de Março de 2019.

  
MARCELO KAMINSKI LENZI

Presidente da Banca Examinadora (UFPR)

  
FLORINDO ANTONIO DE CARVALHO AYRES JUNIOR  
Avaliador Externo

  
LUIZ FERNANDO DE LIMA LUZ JUNIOR  
Avaliador Interno (UFPR)

## **AGRADECIMENTOS**

Ao meu orientador, professor Dr. Marcelo Kaminski Lenzi, por todos os ensinamentos e apoio nos momentos difíceis da pesquisa, bem como as conversas sobre a vida.

Aos meus pais Tereza e Claudino e meu irmão Fernando pela valorização da educação que recebi desde criança, bem como todo o suporte nesta jornada.

Aos meus amigos, em especial Rubens, Carlos e Alisson.

Ao professor Dr. Florindo Ayres, pelo suporte inicial com o projeto.

Ao Celso e Maycon pela ajuda na construção do módulo experimental utilizado.

A todos os professores do PPGEQ que disponibilizaram seu tempo dentro e fora de sala de aula.

Ao professor Dr. Jorge Mayorquim (in memoriam), que me ensinou muito sobre controle e sistemas digitais através de seus livros.

À Lynnier, por toda a paciência, todo o apoio, todo o suporte, todo o amor, e todos os equipamentos que emprestei.

À CAPES e ao CNPQ pelo apoio financeiro.

*Ce qui est simple est toujours faux.  
Ce qui ne l'est pas est inutilisable.*

Paul Valéry

## RESUMO

Este estudo utiliza o cálculo fracionário como ferramenta para identificação e controle de um sistema térmico multivariável experimental. Um módulo experimental foi montado para simular um sistema multivariável 2x2. A partir do módulo experimental, foram realizadas as identificações das 4 funções de transferência em malha aberta, utilizando modelos de ordem inteira e fracionária. Nesta etapa, a função de ordem fracionária ajustou-se melhor para todos os modelos testados, obtendo resíduos da estimação paramétrica até 92% menores para os modelos de ordem fracionária, comparado aos modelos de ordem inteira. A partir do pareamento do sistema e análise do acoplamento dois sistemas SISO foram considerados. Foi feita a identificação do sistema em malha fechada, ressonância dos controladores e nova simulação independente. Para avaliação da eficiência da previsão, foram comparados os critérios de desempenho ISE, IAE e ITAE para o modelo e os dados experimentais, onde para todos os critérios os modelos de ordem fracionária aproximaram-se mais dos valores experimentais, onde os erros para previsão do ISE chegaram a valores inferiores a 1,5% para o modelo de ordem fracionária, comparados à 5% para o modelo de ordem inteira. Finalmente, foi feita a identificação do sistema considerando um sistema MIMO, realizando a ressonância dos controladores e obtendo assim a função cruzada, responsável pelo acoplamento das malhas do sistema multivariável. Neste caso, o modelo fracionário teve erros próximos a 2% para previsão do ISE experimental, enquanto o modelo de ordem inteira teve erros superiores a 22%, ambos modelos obtidos em malha fechada. Adicionalmente, em todas as ressonâncias realizadas a partir de identificações posteriores do sistema, houve redução de todos os critérios de desempenho, mostrando que modelos mais fiéis resultam em controladores mais robustos.

Palavras-chave: Controle de Processos. Cálculo Fracionário. Sistemas Multivariáveis. Identificação de Processos. Estimação Paramétrica. Região de Confiança Paramétrica.



## **ABSTRACT**

This study utilizes fractional calculus as a tool for identification and control of an experimental multivariable thermal system. An experiment was built to simulate a 2x2 multivariable system. From the experiment, the open loop identification was performed, obtaining four process transfer functions, for both integer and fractional order. During this step, the fractional order model adjusted better for all the transfer functions, where the objective function residues were up to 92% less for the fractional order model, compared to the integer one. After pairing the controlled and manipulated variables, two SISO systems were considered. It was done the closed loop identification, control retuning, and a new independent simulation. To evaluate the predictions efficiently, ISE, IAE, and ITAE were compared for both experimental e model obtained data. For all cases, the fractional model could predict more accurately the experimental data, where errors of 1.5% were obtained during ISE prediction for the fractional model, while the integer model returned errors above 5%. Finally, the system was identified considering the MIMO system, obtaining the closed loop crossed transfer function, responsible for the system coupling. For this transfer function, the fractional order model presented errors near 2% for ISE prediction, while the integer order model had errors up to 22%, where both models were obtained during closed loop identification. Furthermore, during the retuning procedure with a more accurate transfer function, there was a reduction of all performance criteria, showing that more accurate models result in more robust controls.

Key-words: Process Control, Fractional Calculus, Multivariable Systems, Process Identification, Parameter Estimation, Confidence Parametric Region.



## LISTA DE FIGURAS

FIGURA 3.1: CARACTERÍSTICAS PARA AVALIAÇÃO DE PERFORMANCE DE RESPOSTA DE SISTEMA SUB-AMORTECIDO.....	36
FIGURA 3.2: MALHA FEEDBACK-FEEDFORWARD PARA SISTEMA SISO .....	38
FIGURA 3.3: MALHA FEEDBACK-FEEDFORWARD PARA SISTEMA TITO .....	38
FIGURA 3.4: COMPARATIVO DA RESPOSTA DO PROCESSO PARA DIFERENTES TIPOS DE CONTROLADORES FEEDBACK .....	40
FIGURA 3.5: DIVISÕES DE UM SISTEMA BASEADO EM SUA CONTROLABILIDADE E OBSERVABILIDADE .....	44
FIGURA 3.6: DERIVADA DE ORDEM 2,3 PELO MÉTODO DE RIEMANN-LIOUVILLE .....	53
FIGURA 3.7: DERIVADA DE ORDEM 2,3 PELO MÉTODO DE CAPUTO .....	53
FIGURA 4.1: MODELO EXPERIMENTAL UTILIZADO PARA ANÁLISE CFD .....	62
FIGURA 4.2: ANÁLISE FLUIDODINÂMICA DA CÂMARA PARA AS DIMENSÕES OTIMIZADAS .....	63
FIGURA 4.3: SENSOR LM35.....	65
FIGURA 4.4: SENSOR LDR .....	67
FIGURA 4.5: ARDUINO® DUE .....	69
FIGURA 4.6: RELAÇÃO DOS TEMPOS PARA ZERO-CROSSING.....	70
FIGURA 4.7: MÓDULO DIMMER.....	71
FIGURA 4.8: DADOS EXPERIMENTAIS DA LUMINOSIDADE EM FUNÇÃO DA POTÊNCIA DA LÂMPADA.....	72
FIGURA 4.9: ESQUEMA REPRESENTATIVO DE UM DIVISOR DE TENSÃO .....	73
FIGURA 4.10: DADOS EXPERIMENTAIS DE TENSÃO EM FUNÇÃO DO PWM PARA O VENTILADOR .....	75
FIGURA 4.11: RELAÇÃO ENTRE TENSÃO APLICADA NO VENTILADOR E VELOCIDADE DO AR.....	76

FIGURA 4.12: TENSÃO EM FUNÇÃO DO TEMPO DE ATRASO .....	77
FIGURA 4.13: ONDA AC NA SAÍDA DO DIMMER .....	78
FIGURA 4.14: MÓDULO EXPERIMENTAL .....	79
FIGURA 4.15: POSICIONAMENTO DOS SENSORES.....	80
FIGURA 4.16: HISTOGRAMA DA LUMINOSIDADE PARA DIFERENTES VALORES DE TENSÃO DA LÂMPADA .....	82
FIGURA 5.1: FLUXOGRAMA DO PROCEDIMENTO DE IDENTIFICAÇÃO. ....	94
FIGURA 5.2: COMPARATIVO ENTRE MÉTODOS NUMÉRICOS DE EULER E TALBOT PARA RESPOSTA A DEGRAU UNITÁRIO PARA PROCESSO DE 1ª ORDEM COM CONTROLADOR PI EM MALHA FEEDBACK.....	97
FIGURA 5.3: COMPARATIVO ENTRE MÉTODOS NUMÉRICOS DE EULER E TALBOT PARA RESPOSTA A DEGRAU UNITÁRIO PARA PROCESSO DE 2ª ORDEM FRACIONÁRIO.....	98
FIGURA 5.4: COMPARATIVO ENTRE MÉTODOS NUMÉRICOS DE EULER E TALBOT PARA RESPOSTA A DEGRAU UNITÁRIO PARA PROCESSO FRACIONÁRIO COM CONTROLADOR PIA EM MALHA FEEDBACK .....	100
FIGURA 5.5: SISTEMA TITO EM MALHA ABERTA .....	107
FIGURA 5.6: COMPARATIVO ENTRE OS MODELOS DE ORDEM INTEIRA E FRACIONÁRIA PARA GP11.....	112
FIGURA 5.7: RESÍDUOS PARA CADA PONTO EXPERIMENTAL PARA GP11 ...	113
FIGURA 5.8: COMPARATIVO ENTRE VALORES OBSERVADOS E VALORES CALCULADOS PELOS MODELOS DE ORDEM INTEIRA E FRACIONÁRIA PARA GP11 .....	113
FIGURA 5.9: RESULTADO DO TESTE DE WILLIAMS-KLOOT PARA GP11 .....	114
FIGURA 5.10: REGIÃO DE CONFIANÇA DOS PARÂMETROS PARA MODELO DE ORDEM INTEIRA PARA GP11.....	115
FIGURA 5.11: REGIÃO DE CONFIANÇA DOS PARÂMETROS PARA MODELO DE ORDEM FRACIONÁRIA PARA GP11.....	116

FIGURA 5.12: AJUSTE DO MODELO DE ORDEM INTEIRA COM A SUA REGIÃO DE CONFIANÇA PARAMÉTRICA PARA GP11.....	117
FIGURA 5.13: AJUSTE DO MODELO DE ORDEM FRACIONÁRIA COM A SUA REGIÃO DE CONFIANÇA PARAMÉTRICA PARA GP11 .....	117
FIGURA 5.14: COMPARATIVO ENTRE OS MODELOS DE ORDEM INTEIRA E FRACIONÁRIA PARA GP21 .....	120
FIGURA 5.15: RESÍDUOS PARA CADA PONTO EXPERIMENTAL PARA GP21 .	121
FIGURA 5.16: COMPARATIVO ENTRE VALORES OBSERVADOS E VALORES CALCULADOS PELOS MODELOS DE ORDEM INTEIRA E FRACIONÁRIA PARA GP21.....	121
FIGURA 5.17: RESULTADO DO TESTE DE WILLIAMS-KLOOT PARA GP21.....	122
FIGURA 5.18: REGIÃO DE CONFIANÇA DOS PARÂMETROS PARA MODELO DE ORDEM INTEIRA PARA GP21 .....	123
FIGURA 5.19: REGIÃO DE CONFIANÇA DOS PARÂMETROS PARA MODELO DE ORDEM FRACIONÁRIA PARA GP21.....	123
FIGURA 5.20: VALORES DA FOBJ COMO FUNÇÃO DOS PARÂMETROS PARA MODELO DE ORDEM INTEIRA PARA GP21.....	124
FIGURA 5.21: AJUSTE DO MODELO DE ORDEM INTEIRA COM A SUA REGIÃO DE CONFIANÇA PARAMÉTRICA PARA GP21.....	125
FIGURA 5.22: AJUSTE DO MODELO DE ORDEM FRACIONÁRIA COM A SUA REGIÃO DE CONFIANÇA PARAMÉTRICA PARA GP21 .....	125
FIGURA 5.23: COMPARATIVO ENTRE OS MODELOS DE ORDEM INTEIRA E FRACIONÁRIA PARA GP22 .....	128
FIGURA 5.24: RESÍDUOS PARA CADA PONTO EXPERIMENTAL PARA GP22 .	129
FIGURA 5.25: COMPARATIVO ENTRE VALORES OBSERVADOS E VALORES CALCULADOS PELOS MODELOS DE ORDEM INTEIRA E FRACIONÁRIA PARA GP22.....	129
FIGURA 5.26: RESULTADO DO TESTE DE WILLIAMS-KLOOT PARA GP22.....	130

FIGURA 5.27: REGIÃO DE CONFIANÇA DOS PARÂMETROS PARA MODELO DE ORDEM INTEIRA PARA GP22.....	131
FIGURA 5.28: REGIÃO DE CONFIANÇA DOS PARÂMETROS PARA MODELO DE ORDEM FRACIONÁRIA PARA GP22.....	132
FIGURA 5.29: VALORES DA FOBJ COMO FUNÇÃO DOS PARÂMETROS PARA MODELO DE ORDEM INTEIRA PARA GP21.....	132
FIGURA 5.30: AJUSTE DO MODELO DE ORDEM INTEIRA COM A SUA REGIÃO DE CONFIANÇA PARAMÉTRICA PARA GP22.....	133
FIGURA 5.31: AJUSTE DO MODELO DE ORDEM FRACIONÁRIA COM A SUA REGIÃO DE CONFIANÇA PARAMÉTRICA PARA GP22.....	134
FIGURA 5.32: LOCALIZAÇÃO DOS POLOS PARA MALHA 1 .....	142
FIGURA 5.33: LOCALIZAÇÃO DOS POLOS EM MALHA FECHADA APÓS RESSINTONIA DO CONTROLADOR PARA MALHA 1 .....	145
FIGURA 5.34: COMPARATIVO DOS MODELOS E SIMULAÇÃO EXPERIMENTAL PARA VARIÁVEL DEPENDENTE PARA MALHA 1.....	148
FIGURA 5.35: COMPARATIVO DOS MODELOS E SIMULAÇÃO EXPERIMENTAL PARA ESFORÇO DO CONTROLADOR PARA MALHA 1 .....	149
FIGURA 5.36: AJUSTE DO MODELO DE ORDEM INTEIRA COM A SUA REGIÃO DE CONFIANÇA PARAMÉTRICA PARA MALHA 1 .....	150
FIGURA 5.37: AJUSTE DO MODELO DE ORDEM FRACIONÁRIA COM A SUA REGIÃO DE CONFIANÇA PARAMÉTRICA PARA MALHA 1 .....	151
FIGURA 5.38: RESPOSTA A PROCESSO DE 2ª ORDEM .....	154
FIGURA 5.39: LOCALIZAÇÃO DOS POLOS PARA MALHA 2 .....	157
FIGURA 5.40: LOCALIZAÇÃO DOS POLOS PARA MALHA 2 .....	160
FIGURA 5.41: COMPARATIVO DOS MODELOS E SIMULAÇÃO EXPERIMENTAL PARA VARIÁVEL DEPENDENTE PARA MALHA 2.....	163
FIGURA 5.42: COMPARATIVO DOS MODELOS E SIMULAÇÃO EXPERIMENTAL PARA ESFORÇO DO CONTROLADOR PARA MALHA 2.....	163

FIGURA 5.43: AJUSTE DO MODELO DE ORDEM INTEIRA COM A SUA REGIÃO DE CONFIANÇA PARAMÉTRICA PARA MALHA 2.....	164
FIGURA 5.44: AJUSTE DO MODELO DE ORDEM FRACIONÁRIA COM A SUA REGIÃO DE CONFIANÇA PARAMÉTRICA PARA MALHA 2 .....	165
FIGURA 5.45: DIAGRAMA DE BLOCOS PARA SISTEMA TITO EM MALHA FECHADA.....	166
FIGURA 5.46: COMPARATIVO DOS MODELOS E EXPERIMENTO PARA TEMPERATURA OPERANDO EM MALHA REGULATÓRIA.....	178
FIGURA 5.47: COMPARATIVO DOS MODELOS E EXPERIMENTO PARA TENSÃO DO VENTILADOR PARA MALHA 2 OPERANDO EM REGULATÓRIO .....	179
FIGURA 5.48: COMPARATIVO ENTRE OS DADOS EXPERIMENTAIS E OS MODELOS DE ORDEM INTEIRA PARA O SISTEMA TITO .....	180
FIGURA 5.49: COMPARATIVO ENTRE OS DADOS EXPERIMENTAIS E OS MODELOS DE ORDEM FRACIONÁRIA PARA O SISTEMA TITO.....	180

## LISTA DE TABELAS

TABELA 4.1: PARÂMETROS UTILIZADOS PARA SIMULAÇÃO EM CFD DO APARATO EXPERIMENTAL .....	63
TABELA 4.2: CARACTERÍSTICAS OPERACIONAIS DO LM35 .....	65
TABELA 4.3: CARACTERÍSTICAS OPERACIONAIS DO LDR.....	66
TABELA 4.4: CARACTERÍSTICAS OPERACIONAIS DA LÂMPADA .....	67
TABELA 4.5: CARACTERÍSTICAS OPERACIONAIS DO VENTILADOR .....	68
TABELA 4.6: CARACTERÍSTICAS OPERACIONAIS DO ARDUINO .....	69
TABELA 4.7: PARÂMETROS AJUSTADOS PARA CONVERSÃO DA TENSÃO EM SINAIS DIGITAIS DOS ATUADORES .....	76
TABELA 4.8: COMPARATIVO DAS LEITURAS DE LUMINOSIDADE PARA TENSÕES NA LÂMPADA DE 40 E 127V .....	82
TABELA 5.1: PARÂMETROS UTILIZADOS PARA RESOLUÇÃO DO DEGRAU UNITÁRIO A PROCESSO DE 1ª ORDEM COM CONTROLADOR PI EM MALHA FEEDBACK .....	96
TABELA 5.2: PARÂMETROS UTILIZADOS PARA RESOLUÇÃO DO DEGRAU UNITÁRIO A PROCESSO DE 2ª ORDEM FRACIONÁRIO .....	98
TABELA 5.3: PARÂMETROS UTILIZADOS PARA RESOLUÇÃO DO DEGRAU UNITÁRIO A PROCESSO FRACIONÁRIO COM CONTROLADOR PI <sup>α</sup> .....	100
TABELA 5.4: COMPARATIVO DOS ERROS ABSOLUTOS PARA OS MÉTODOS DE EULER E TALBOT.....	101
TABELA 5.5: PARÂMETROS UTILIZADOS PARA ESTIMAÇÃO PARAMÉTRICA PARA VALIDAÇÃO DO MÉTODO NUMÉRICO DAS DIFERENÇAS FINITAS .....	105
TABELA 5.6: ERROS ABSOLUTOS ENTRE RESULTADO ANALÍTICO E NUMÉRICO POR DIFERENÇAS FINITAS PARA AS MATRIZES <b>H</b> , <b>Gy</b> E <b>B</b> .....	105
TABELA 5.7: DEGRAUS DAS VARIÁVEIS MANIPULADAS .....	106
TABELA 5.8: RESULTADOS DA ESTIMAÇÃO PARAMÉTRICA PARA MODELOS DE ORDEM INTEIRA E FRACIONÁRIA PARA GP11 .....	111

TABELA 5.9: RESULTADOS DA ESTIMAÇÃO PARAMÉTRICA PARA MODELOS DE ORDEM INTEIRA E FRACIONÁRIA PARA GP21 .....	119
TABELA 5.10: RESULTADOS DA ESTIMAÇÃO PARAMÉTRICA PARA MODELOS DE ORDEM INTEIRA E FRACIONÁRIA PARA GP22.....	127
TABELA 5.11: SINTONIA DO CONTROLADOR DA MALHA 1 PELO MÉTODO IMC .....	141
TABELA 5.12: RESULTADOS DA ESTIMAÇÃO PARAMÉTRICA PARA MODELOS DE ORDEM INTEIRA E FRACIONÁRIA PARA MALHA 1 .....	143
TABELA 5.13: RESSINTONIA DO CONTROLADOR DA MALHA 1 PELO MÉTODO IMC .....	144
TABELA 5.14: COMPARATIVO DOS CRITÉRIOS DE DESEMPENHO DO CONTROLADOR PARA A SINTONIA INICIAL E RESSINTONIA PARA MALHA 1	146
TABELA 5.15: COMPARATIVO DOS CRITÉRIOS DE DESEMPENHO PARA OS MODELOS PROPOSTOS PARA MALHA 1 .....	147
TABELA 5.16: SINTONIA DO CONTROLADOR DA MALHA 2 PELO MÉTODO DE ALOCAÇÃO DE POLOS .....	156
TABELA 5.17: RESULTADOS DA ESTIMAÇÃO PARAMÉTRICA PARA MODELOS DE ORDEM INTEIRA E FRACIONÁRIA PARA MALHA 2 .....	158
TABELA 5.18: RESSINTONIA DO CONTROLADOR DA MALHA 2 PELO MÉTODO DE ALOCAÇÃO DE POLOS .....	159
TABELA 5.19: COMPARATIVO DOS CRITÉRIOS DE DESEMPENHO DO CONTROLADOR PARA A SINTONIA INICIAL E RESSINTONIA PARA MALHA 2	161
TABELA 5.20: COMPARATIVO DOS CRITÉRIOS DE DESEMPENHO PARA OS MODELOS PROPOSTOS PARA MALHA 2 .....	162
TABELA 5.21: RESULTADOS DA ESTIMAÇÃO PARAMÉTRICA PARA GP11 CONSIDERANDO PROBLEMA SERVO NA MALHA 1 E PROBLEMA REGULATÓRIO NA MALHA 2.....	172



TABELA 5.22: RESULTADOS DA ESTIMAÇÃO PARAMÉTRICA PARA GP22 CONSIDERANDO PROBLEMA REGULATÓRIO NA MALHA 1 E PROBLEMA SERVO NA MALHA 2 .....	173
TABELA 5.23: RESULTADOS DA ESTIMAÇÃO PARAMÉTRICA PARA GP21 CONSIDERANDO PROBLEMA SERVO NA MALHA 1 E PROBLEMA REGULATÓRIO NA MALHA 2 .....	175
TABELA 5.24: COMPARATIVO DOS CRITÉRIOS DE DESEMPENHO PARA OS MODELOS PROPOSTOS PARA LUMINOSIDADE OPERANDO EM MALHA SERVO E TEMPERATURA EM MALHA REGULATÓRIA.....	177

## LISTA DE SIGLAS

AC	<i>Alternating Current</i> Corrente Alternada
CFD	<i>Computational Fluid Dynamics</i> (Fluidodinâmica Computacional)
CV	<i>Controlled Variable</i> (Variável Controlada)
DV	<i>Disturbance Variable</i> (Variável de Perturbação)
EC	Equação Característica
FOBJ	Função Objetivo
FOPI	<i>Fractional Order Proportional Integral</i> (Proporcional Integral de Ordem Fracionária)
FOPID	<i>Fractional Order Proportional Integral Derivative</i> (Proporcional Integral Derivativo de Ordem Fracionária)
IAE	<i>Integral of Absolute Error</i> (Integral do Erro Absoluto)
IMC	<i>Internal Model Control</i> (Controle de Modelo Interno)
ISE	<i>Integral of Squared Error</i> (Integral do Erro Quadrado)
ITAE	<i>Integral of Time Weighed Absolute Error</i> (Integral do Erro Absoluto Ponderado pelo Tempo)
LDR	<i>Light Dependant Resistor</i>

	(Resistor Dependente da Luz)
LESF	Laboratório de Engenharia de Sistemas Fracionários
MIMO	<i>Multiple-Input-Multiple-Output</i> (Múltiplas-Entradas-Múltiplas-Saídas)
MMQ	Método dos Mínimos Quadrados
MOESP	<i>MIMO Output Error State Space Model</i>
MV	<i>Manipulated Variable</i> (Variável Manipulada)
NE	Número de experimentos
NP	Número de parâmetros
OS	<i>Overshoot</i>
PI	Proporcional Integral
PID	Proporcional Integral Derivativo
PPGEQ	Programa de Pós Graduação em Engenharia Química
PWM	<i>Pulse Width Modulation</i> (Modulação por Largura de Pulso)
RC	Resistor Capacitor
RMS	<i>Root Mean Square</i> (Raiz Quadrada da Média)
SISO	<i>Single-Input-Single-Output</i> (Entrada-Únida-Saída-Única)
SP	<i>Set-point</i>
SRIVC	<i>Simplified Refied Instrumental Varaibles for Continous Systems</i>
TITO	<i>Two-Input-Two-Output</i> (Duas-Entradas-Duas-Saídas)

TRIAC	<i>Triode Alternating Current</i> (Tríodo de Corrente Alternada)
UFPR	Universidade Federal do Paraná
USB	<i>Universal Serial Bus</i>

## LISTA DE SÍMBOLOS

$A^*$	Matriz de estados
$B$	Matriz de sensibilidade
$B^*$	Matriz de <i>inputs</i>
$C^*$	Matriz de <i>outputs</i>
$C_o$	Matriz de controlabilidade
$C_\psi$	Matriz de correlação paramétrica
$D^*$	Matriz <i>feedforward</i>
${}_a^C D_t^p$	Derivada fracionária segundo a definição de Caputo
${}_a^{GL} D_t^p$	Derivada fracionária segundo a definição de Grűwald-Letnikov
${}_a^{RL} D_t^p$	Derivada fracionária segundo a definição de Riemann-Liouville
$E$	Erro entre <i>set-point</i> e variável controlada no domínio de Laplace
$E^*$	Matriz de perturbações
$\mathbb{E}_{p,q}$	Função de Mittag-Leffler de 2 parâmetros
$\mathbb{E}_{p,q}^{(k)}$	k-ésima derivada da função Mittag-Leffler de 2 parâmetros
$\mathbb{F}_{a,b}^\sigma$	Distribuição de Fisher para um nível de confiança $\kappa$ com graus de liberdade a e b
$G_C$	Função de transferência do controlador <i>feedback</i>
$G_{ff}$	Função de transferência do controlador <i>feedforward</i>
$G_p$	Função de transferência do processo
$G_p^{frac}$	Função de transferência do processo de ordem fracionária

$G_p^{int}$	Função de transferência do processo de ordem inteira
$\mathbf{G}_y$	Matriz das derivadas parciais do gradiente de FOBJ em relação aos pontos experimentais
$\mathbf{H}$	Matriz Hessiana
$K_C$	Constante proporcional do controlador
$K_D$	Constante derivativa do controlador
$K_I$	Constante integral do controlador
$K_P$	Ganho do estado estacionário do processo
$\mathbb{L}$	Transformada de Laplace
$M$	Amplitude da função Degrau
$\mathbf{Mo}$	Matriz modal
$\mathbf{Ob}$	Matriz de observabilidade
$Q^*$	Valor de $y(t)$ em $t = t_s$
$R$	Correlação entre modelo e experimento
$S_t$	Inversa da função de probabilidade acumulada da distribuição de Student
$\mathbf{S}_\psi$	Matriz de covariância paramétrica
$T$	Intervalo de amostragem
$U$	Variável manipulada no domínio de Laplace
$V_i$	Tensão RMS
$\hat{\mathbf{V}}_{mod}$	Matriz de variância do modelo
$V_{O_{ef}}$	Tensão eficaz
$V_{pk}$	Tensão de pico

$V_{saída}$	Tensão de saída
$\mathbf{V}_y$	Matriz das variâncias experimentais
$\mathbf{V}_\psi$	Matriz de variância paramétrica
$Y$	Variável controlada no domínio de Laplace
$Y^{int}$	Resposta da variável controlada do modelo de ordem inteira no domínio de Laplace
$Y^{frac}$	Resposta da variável controlada do modelo de ordem fracionária no domínio de Laplace
$Y_{SP}$	Valor de <i>set-point</i> da variável controlada no domínio de Laplace
$Z$	Domínio Z
$Z_{WK}$	Teste de Williams-Kloot
$e$	Erro entre <i>set-point</i> e variável controlada no domínio do tempo
$f_e$	Inversa numérica de Laplace pelo método de Euler
$f_t$	Inversa numérica de Laplace pelo método de Talbot
$h$	Passo para o método das diferenças finitas
$lum$	Luminosidade [mV]
$lum_{analog}$	Valor de luminosidade lida pelo Arduino® [bits]
$p_{St}$	Probabilidade para a distribuição de Student
$q$	Expoente de s para discretização pelo método de Tustin
$r_{\psi_i, \psi_j}$	Correlação entre os parâmetros $\psi_i$ e $\psi_j$
$s$	Domínio de Laplace
$s_a^2$	Variância do parâmetro a



$s_{a-b}$	Covariância entre os parâmetros a e b
$t$	Tempo
$t_0$	Tempo inicial
$t_p$	Tempo do primeiro pico para processo de 2ª ordem sub-amortecido
$t_r$	Tempo de subida para processo de 2ª ordem sub-amortecido
$t_s$	Tempo de assentamento
$u$	Esforço de controle
$\bar{u}$	<i>Bias</i> do controlador
$u_c$	Esforço do controlador <i>feedback</i>
$u_f$	Esforço do controlador <i>feedforward</i>
$u_{i,k}$	Esforço do controlador na forma discreta para malha i
$\bar{w}$	Valor médio da função do ruído
$\dot{\mathbf{x}}$	Vetor das derivadas dos estados
$\mathbf{x}_0$	Vetor de estados do sistema em $t = t_0$
$\mathbf{x}_1$	Vetor de estados do sistema em $t = t_1$
$y$	Variável controlada no domínio do tempo
$\mathbf{y}_{\text{calc}}$	Vetor dos valores calculados da variável controlada
$\mathbf{y}_{\text{exp}}$	Vetor dos valores medidos da variável controlada
$y_F$	Valor filtrado da variável controlada
$y^{frac}$	Resposta da variável controlada do modelo de ordem fracionária no domínio do tempo

$y^{int}$	Resposta da variável controlada do modelo de ordem inteira no domínio do tempo
$y_M$	Valor medido da variável controlada
$y_{SP}$	Valor de <i>set-point</i> da variável controlada no domínio do tempo

## LISTA DE SÍMBOLOS GREGOS

$\Gamma$	Função Gamma
$\Phi$	Constante de Stefan-Boltzmann
$\Psi$	Vetor dos parâmetros do modelo
$\Omega$	Matriz de ganhos relativos
$\alpha$	Ordem do modelo do processo de ordem fracionária
$\delta$	Função Delta de Dirac
$\varepsilon$	Emissividade
$\eta$	Peso do filtro exponencial simples
$\theta$	Tempo morto do processo
$\lambda$	Ordem do termo integral do controlador fracionário
$\mu$	Ordem do termo derivativo do controlador fracionário
$\xi$	Coeficiente de amortecimento para processo de 2ª ordem
$\xi_{des}$	Coeficiente de amortecimento desejado para o método de alocação de polos
$\sigma_{m(i)}$	Desvio padrão do modelo para o i-ésimo ponto experimental
$\sigma_w^2$	Variância do ruído
$\sigma_{y_{est}}^2$	Variância experimental estimada
$\sigma_{y_{exp,i}}^2$	Variância experimental do i-ésimo ponto experimental
$\tau_{des}$	Constante de tempo desejada para o método de alocação de polos
$\tau_{dom}$	Constante de tempo dominante

$\tau_p$       Constante de tempo do processo

$\varphi$       Ângulo de disparo

$\omega$       Ganho relativo

## **LISTA DE SUBSCRITOS**

- |    |  |
|----|--|
| 1  | Luminosidade   |
| 2  | Temperatura  |
| 11 | Influência da luminosidade pela tensão da lâmpada    |
| 12 | Influência da luminosidade pela tensão do ventilador |
| 21 | Influência da temperatura pela tensão da lâmpada     |
| 22 | Influência da temperatura pela tensão do ventilador  |

## **LISTA DE CONJUNTOS NUMÉRICOS**

- |              |                               |
|--------------|-------------------------------|
| $\mathbb{N}$ | Conjunto dos números naturais |
|--------------|-------------------------------|

## SUMÁRIO

<b>1. INTRODUÇÃO .....</b>	<b>30</b>
<b>2. OBJETIVOS .....</b>	<b>33</b>
<b>3. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA .....</b>	<b>34</b>
<b>3.1. Embasamento Teórico .....</b>	<b>34</b>
3.1.1. Fundamentos de Controle de Processos .....	34
3.1.2. Espaço de Estados, Controlabilidade e Observabilidade .....	41
3.1.3. Controle Digital .....	44
3.1.4. Amostragem .....	45
3.1.5. Discretização .....	46
3.1.6. Identificação de Processos .....	47
3.1.7. Ruídos de medição .....	50
3.1.8. Cálculo Fracionário .....	51
<b>3.2. Estado da Arte .....</b>	<b>55</b>
3.2.1. Sistemas SISO Fracionários .....	55
3.2.2. Sistemas MIMO Fracionários .....	57
<b>3.3. Considerações Finais .....</b>	<b>59</b>
<b>4. MATERIAIS E METODOLOGIA .....</b>	<b>61</b>
<b>4.1. Aparato Experimental .....</b>	<b>61</b>
4.1.1. Definição Iniciais .....	61
4.1.2. Simulações .....	62
4.1.3. Instrumentação .....	64
4.1.4. Calibrações .....	72
4.1.5. Módulo Experimental .....	79

<b>4.2. Amostragem</b>	80
<b>4.3. Filtro Digital</b>	81
<b>4.4. Modelos Contínuos e Discretos</b>	83
<b>4.5. Método Numérico para Inversa de Laplace</b>	84
<b>4.6. Estimação Paramétrica</b>	86
<b>4.7. Tratamento estatístico</b>	86
<b>5. RESULTADOS</b>	93
<b>5.1. Validação dos Métodos Numéricos</b>	95
5.1.1. Transformada Inversa Numérica de Laplace	95
5.1.2. Diferenças Finitas para as Matrizes <b>H</b> , <b>G<sub>y</sub></b> e <b>B</b>	101
<b>5.2. Identificação de Processo em Malha Aberta</b>	106
5.2.1. Modelos Propostos de Ordem Inteira	108
5.2.2. Modelos Propostos de Ordem Fracionária	109
5.2.3. Resultados da Identificação em Malha Aberta	110
<b>5.3. Controlabilidade e Observabilidade</b>	134
<b>5.4. Pareamento</b>	136
<b>5.5. Identificação do Processo em Malha Fechada SISO</b>	138
5.5.1. Malha 1	139
5.5.2. Malha 2	151
<b>5.6. Identificação do Processo em Malha Fechada TITO</b>	165
5.6.1. Identificação e Ressintonia	168
5.6.2. Comparativo entre Modelo e Experimento	176
<b>6. CONCLUSÃO</b>	182
<b>7. REFERÊNCIAS</b>	183



## 1. INTRODUÇÃO

Com o advento da indústria, surgiu a necessidade de obtenção de processos produtivos cada vez mais estáveis. Baseado nesta demanda, o controle automático de processos contribuiu para auxiliar a indústria cumprir especificações de qualidade dos produtos mais restritas, cumprir requisitos de segurança e ambientais, bem como aumentar a competitividade no mercado, auxiliando em redução de custos operacionais.

O objetivo fundamental de uma malha de controle é manter as variáveis controladas em seus valores especificados pelo projeto, ou *set-points*. Com o aumento da complexidade dos processos, técnicas de controle cada vez mais eficientes e robustas foram necessárias.

Para controlar um processo industrial, é preciso inicialmente definir quais serão as variáveis controladas e medi-las, fazendo uso de sensores, como medidores de temperatura, pressão, composição, etc. Para o controle destas variáveis, o algoritmo mais utilizado industrialmente é o PID (Proporcional Integral Derivativo) em malha *feedback*, por ser de fácil implementação com obtenção de bons resultados. Devido a limitações de instrumentação ou limitações inerentes ao processo, pode haver um alto nível de ruídos de medição. Nestes casos, é adequado o uso de um controlador PI, porque o termo derivativo pode retirar a malha de controle da região de estabilidade.

Processos mais complexos podem possuir mais de uma variável controlada, sendo necessário mais de uma variável manipulada para o sistema ser completamente controlável. Estes sistemas podem ser acoplados, ou seja, alterações em uma variável manipulada afeta duas ou mais variáveis controladas. Estas malhas de controle são conhecidas por multivariáveis ou *Multiple-Input-Multiple-Output* (MIMO). Devido ao acoplamento, estes controladores são mais difíceis de serem sintonizados, comparados aos processos *Single-Input-Single-Output* (SISO).

O cálculo fracionário, conhecido a mais de 300 anos, é a área da matemática que estuda derivadas e integrais de ordem arbitrária. Para processos reais na área de reologia, físico-química, transferência de calor e controle de processos, por exemplo,

modelos baseados em derivadas e integrais de ordem arbitrária mostraram-se mais adequados quando comparados aos modelos de ordem inteira. Na área de controle de processos, o cálculo fracionário está presente há mais de 20 anos em caráter teórico, sendo que nos últimos anos surgiram trabalhos experimentais.

Métodos de sintonia são muitas vezes baseados no modelo do processo. Para obtenção dos parâmetros do modelo, quando possível, é feita a identificação em malha aberta. Entretanto, há casos em que não é possível desligar o controlador, seja por limitações do processo, segurança ou meio ambiente. Portanto é realizada a identificação em malha fechada. Em processos MIMO, a obtenção dos parâmetros de cada um dos modelos envolvidos torna-se desafiadora, porque todos os parâmetros precisam ser estimados simultaneamente.

Durante os processos de identificação da planta e sintonia do controlador, os ruídos de medição podem dificultar a estimação paramétrica, resultando em incertezas associadas aos parâmetros muito elevadas. Surge então a importância de, juntamente com os parâmetros estimados, ter conhecimento da região de confiança paramétrica. Com estas informações, é possível avaliar a estabilidade do processo, simulando diferentes níveis de ruído para observar o limite suportado pelo controlador.

A avaliação do efeito de diferentes níveis de ruído na estimação de parâmetros tanto para suas incertezas para processos e controladores de ordem fracionária é escasso, especialmente em trabalhos com validação experimental.

Neste âmbito, foi disposta nesta dissertação a montagem de um aparato experimental multivariável (MIMO) com 2 variáveis controladas e 2 variáveis manipuladas, conhecido também como TITO (*Two-Input-Two-Output*), simulando um sistema térmico, onde foram feitas a identificação da planta para ordem inteira e fracionária, bem como sintonia dos controladores PI. Posteriormente foi feita a análise das regiões de estabilidade, comparando assim os modelos de ordem inteira com os modelos fracionários, bem como avaliação da robustez dos controladores ajustados para rastreamento de *set-point* e rejeição de perturbações.

Um entendimento maior de modelos fracionários, bem como avaliação de estabilidade em meios com ruído é de fundamental importância para a indústria, especialmente por ser um ramo com grande espaço para desenvolvimento. A

versatilidade de toda a análise realizada nesta dissertação está no fato de que o sistema térmico proposto pode ser visto como variáveis controladas e manipuladas, sendo que a identificação em malha aberta e fechada e análise de incerteza paramétricas podem ser facilmente generalizadas para outros processos industriais, sejam eles SISO ou MIMO com 2 ou mais variáveis controladas envolvidas.

## 2. OBJETIVOS

O objetivo geral deste projeto é identificação e controle de um sistema TITO experimental, representado por modelos de ordem inteira e fracionária, com análise de incerteza paramétrica, comparando as identificações em malha aberta e malha fechada em termos de representatividade do modelo.

Os objetivos específicos são:

- Montagem de um aparato experimental para simular um sistema térmico TITO;
- Identificação do processo em malha aberta e fechada para ordem inteira e fracionária;
- Sintonia de controladores PI;
- Avaliação de estabilidade e robustez dos controladores para:
  - Planta de ordem inteira com controlador PI;
  - Planta de ordem fracionária com controlador PI.

Este trabalho foi desenvolvido no LESF – Laboratório de Engenharia de Sistemas Fracionários – do PPGEQ/UFPR – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Química da Universidade Federal do Paraná. Além disso, este trabalho está vinculado à linha de pesquisa de modelagem, simulação, otimização e controle de processos químicos do PPGEQ.

### 3. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

#### 3.1. Embasamento Teórico

##### 3.1.1. Fundamentos de Controle de Processos

Os requisitos de segurança, meio ambiente e garantia de um processo lucrativo tornaram-se praticamente impossíveis de serem cumpridas na ausência de um sistema automatizado para monitoramento e controle das variáveis de processo. Tais processos industriais podem ser separados em contínuos e batelada, sendo que no primeiro é feita a alimentação (matéria-prima, energia, por exemplo) de forma contínua, onde busca-se operar o mais próximo possível do estado estacionário (SEBORG et al., 2004).

Para garantir tal estabilidade de um processo, há três grupos de variáveis importantes (SEBORG et al., 2004):

- Variáveis controladas (CVs): são as variáveis do processo que são controladas, ou seja, mantidas em um valor de referência desejado. Este valor é chamado de *set-point*;
- Variáveis manipuladas (MVs): são as variáveis do processo que devem ser alteradas a fim de manter as CVs no seu *set-point*;
- Variáveis de perturbação (DVs): são as variáveis que afetam o valor das CVs, mas que não podem ser manipuladas. Estas variáveis resultam em oscilações no sistema estacionário como por exemplo flutuações em uma corrente de alimentação e alteração da temperatura ambiente. Em alguns casos é possível medir tais variáveis, já em outras situações estas acabam incorporadas nas medições das CVs, apresentando-se como ruídos de medição.

Para garantir tal estabilidade de processo com uso de controle automático, há duas configurações possíveis (ALBERTOS; SALA, 2004):

- Malha aberta: não há retroalimentação vinda do processo e as MVs são alteradas baseadas em informações dadas pelo operador, como por exemplo alteração da abertura da válvula manualmente para controle de nível de um tanque;
- Malha fechada: o controlador determina o valor das MVs baseado nas informações de saída das CVs, ajustando o processo para manter-se no estado de operação desejado. Neste caso, a abertura da válvula do exemplo anterior é uma função do erro da medida real do nível em relação ao valor do *set-point* estabelecido.

Um processo em malha fechada pode obter uma resposta oscilatória para alteração de *set-point*, conhecida como resposta sub-amortecida. Para este tipo de processo, há definições importantes na avaliação da performance do controlador:

- Tempo de subida ( $t_r$ ): tempo para o *output* do processo atingir pela primeira vez o valor do estado estacionário;
- Tempo do primeiro pico ( $t_p$ ): tempo para o *output* do processo atingir o máximo valor;
- Tempo de assentamento ( $t_s$ ): tempo para o *output* do processo atingir e permanecer dentro de uma faixa de  $\pm 5\%$  do valor de estado estacionário;
- *Overshoot*: razão entre a amplitude do *output* acima do valor do novo estado estacionário e o valor abaixo do novo estado estacionário ( $\frac{a}{b}$  na Figura 3.1);
- Período da oscilação: é o tempo entre dois picos consecutivos no *output* do processo.

A Figura 3.1 representa a relação entre os parâmetros mencionados acima, para uma resposta sub-amortecida.

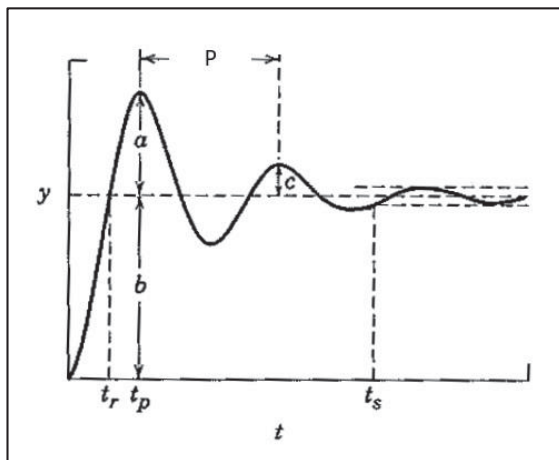


FIGURA 3.1: CARACTERÍSTICAS PARA AVALIAÇÃO DE PERFORMANCE DE RESPOSTA DE SISTEMA SUB-AMORTECIDO.  $t_r$ : tempo de subida;  $t_p$ : tempo do primeiro pico;  $t_s$ : tempo de assentamento;  $P$ : período de oscilação; *Overshoot*:  $a/b$ .

FONTE: Seborg et al. (2004).

O controle de processos em malha fechada pode ser separado em 3 partes principais: estratégia de controle; algoritmos de controle; e instrumentação.

#### 3.1.1.1. Estratégia de Controle

Este é o primeiro passo para implementação do controle em uma malha, realizado logo após a definição das CVs e MVs. A estratégia de controle define qual a melhor forma de conectar todo o sistema que envolve as variáveis de processo, sejam elas controladas, manipuladas ou perturbações. O objetivo da malha de controle é manter as variáveis controladas em seus valores especificados alterando as variáveis manipuladas. Para a malha de controle desempenhar esta função, há basicamente dois grupos de estratégias de controle: *feedback* e *feedforward*. As outras “estratégias” de controle, como por exemplo cascata, adaptativo, supervisorio, distribuído, inteligência artificial e desacoplamento, são variações destes dois grandes grupos (MOLLENKAMP, 1988).

A estratégia *feedback* é conhecida de longa data na área de controle de processos, sendo que o desde o século III D.C., onde a vazão de entrada de



reservatórios eram reguladas até se obter um nível constante, bem como vazão de óleo para lâmpadas (EDGAR, 1998). Em uma malha de controle feedback, a variável controlada é medida, comparada com seu valor de referência ou *set-point* e a diferença entre estes dois valores torna-se a entrada do controlador, onde o algoritmo deve atuar para minimizar este erro. Caso a diferença entre o *set-point* e a medida for zero, o processo está operando na condição devida e não é necessária a atuação por parte do controlador. A desvantagem desta estratégia está em processos com perturbações desconhecidas que podem impactar a variável controlada significativamente, retirando o sistema de uma região controlável (SEBORG et al., 2004).

Em uma malha de controle puramente *feedforward* apenas a perturbação é medida. O controlador toma a ação antes da variável controlada desviar do *set-point*. Entretanto, o uso apenas de uma malha *feedforward* possui algumas desvantagens marcantes, sendo que todas as perturbações precisam ser medidas; e não é tomada ação em perturbações não medidas. É comum em processos industriais o uso de ambas as estratégias em conjunto, surgindo assim uma malha *feedback-feedforward*, onde as variáveis controladas e perturbações conhecidas são medidas, tomando ação em ambas, diminuindo assim o tempo de resposta do processo sobre perturbações externas (SEBORG et al., 2004).

As Figuras 3.2 e 3.3 representam malhas *feedback-feedforward* para sistemas SISO e TITO acoplado, respectivamente. Na malha SISO, o erro “e” entre o *set-point* e o valor medido é inserido na lei de controle *feedback* “ $G_C$ ”, resultando em um esforço de controle “ $u_c$ ”. Ao esforço do controlador *feedback* é somado o esforço do controle *feedforward* “ $G_{ff}$ ”, resultante da perturbação “d”. Como o controlador *feedforward* antecipa o controle da perturbação, o efeito sobre a variável controlada “y” é minimizado. Em um sistema TITO, há 4 funções de transferência do processo, pois um controlador afeta todas as variáveis controladas, surgindo assim as funções de transferência cruzadas  $G_{p_{ij}}$   $i \neq j$ . A análise da malha TITO é similar à SISO, entretanto há duas variáveis controladas no processo, “ $y_1$ ” e “ $y_2$ ”. Assim, há a necessidade de 2 leis de controle para tornar o sistema controlável. O desafio nesta malha são as funções de transferência “ $G_{p_{12}}$ ” e “ $G_{p_{21}}$ ”, onde o esforço do controlador “ $u_1$ ” irá afetar a variável controlada “ $y_2$ ”, podendo retirar o valor do seu *set-point*, mesmo que esta

malha esteja operando em estado estacionário. A perturbação “d” neste caso pode afetar tanto a variável “ $y_1$ ” quanto “ $y_2$ ”, sendo necessário o uso de dois controladores *feedforward*.

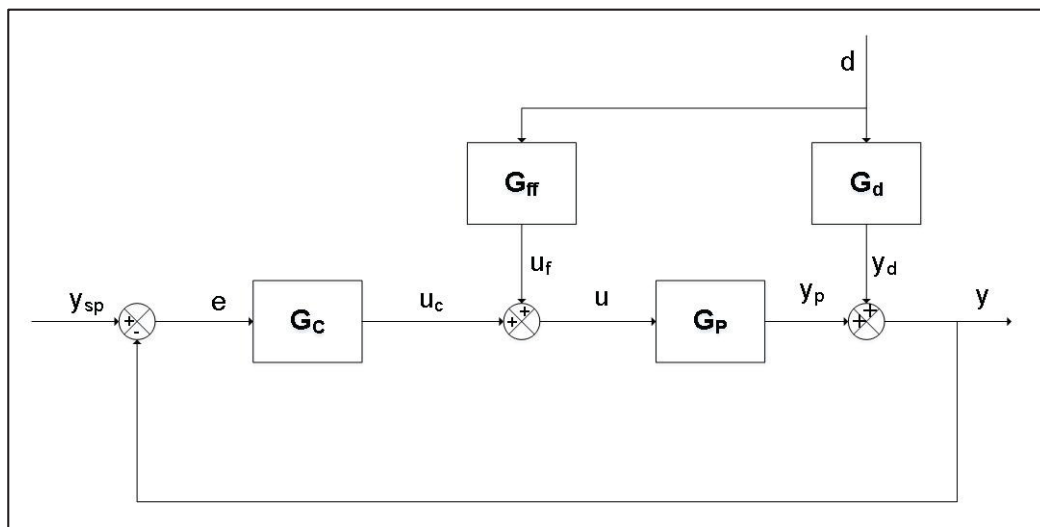


FIGURA 3.2: MALHA FEEDBACK-FEEDFORWARD PARA SISTEMA SISO  
FONTE: O Autor (2018).

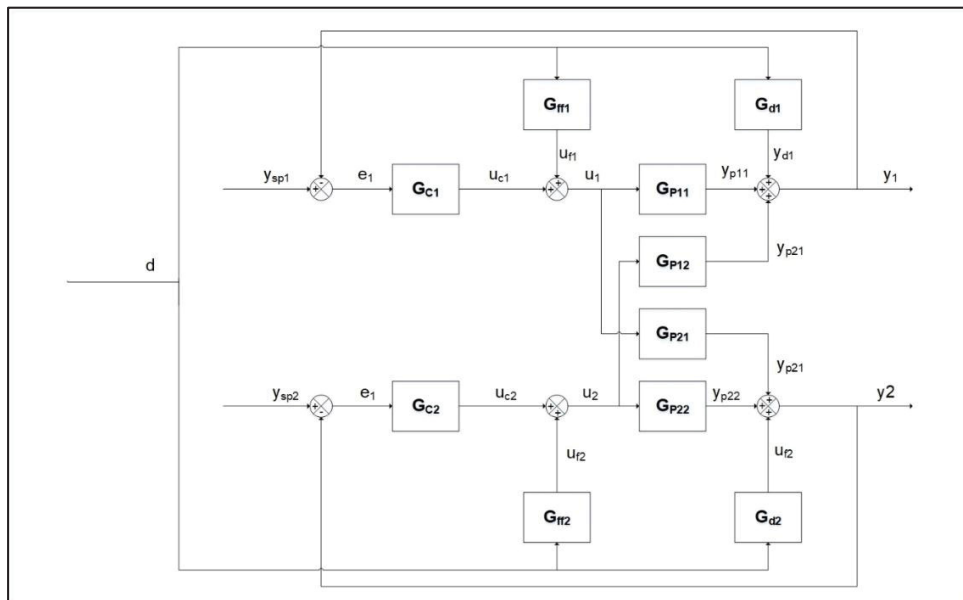


FIGURA 3.3: MALHA FEEDBACK-FEEDFORWARD PARA SISTEMA TITO  
FONTE: O Autor (2018).

### 3.1.1.2. Algoritmos de controle

A próxima parte que compõe um sistema de controle automático consiste nos algoritmos de controle, representado por um modelo matemático que irá comparar os valores medidos das variáveis controladas com o *set-point* e tomar ação no processo caso haja diferença entre estes dois valores. Os controladores mais utilizados na indústria são os PID e *on-off*. O controlador PID possui termos com funções distintas (SEBORG et al., 2004):

- Proporcional: em uma malha *feedback*, este termo é responsável por reduzir o sinal de erro (diferença entre o *set-point* e o valor medido da CV) para zero. A desvantagem do uso apenas do termo proporcional é o *off-set*, erro presente após o processo atingir o estado estacionário, intrínseco de controladores P, devido a equação do controlador, resultando em um erro proporcional ao ganho da malha multiplicado pela amplitude da alteração de *set-point*;
- Integral: o *output* do controlador é dependente da integral do erro em função do tempo. Este termo é muito importante no controlador por eliminar o *off-set*, pois a integral irá acumular o erro, alterando assim a ação de controle, eliminando o *off-set*. Uma desvantagem de controladores com ação integral é o fenômeno conhecido como *reset-windup*, resultante de grandes alterações de *set-point*. O erro próximo ao instante inicial é muito elevado, resultando em um acúmulo de ação de controle, podendo gerar *overshoots* elevados;
- Derivativo: tem por objetivo antecipar a ação do controlador tomando a derivada do erro em relação ao tempo. Em processos com alto índice de ruído de medição, este termo possui desvantagens, pois irá causar esforço excessivo no atuador e também pode gerar instabilidade no processo.

A equação de um controlador PID é dada por:

$$u(t) = \bar{u} + K_C \left[ e(t) + K_I \int_0^t e(t^*) dt^* + K_D \frac{de(t)}{dt} \right] \quad (3.1)$$

Um comparativo de controladores P, PI e PID em uma malha feedback para um problema regulatório é apresentado na figura 3.4. Após atingir o estado estacionário, pode-se observar o *off-set* para o controlador proporcional, com um erro menor à ação sem controle. Já o PI acumula o erro no tempo e retorna a variável controlada ao *set-point*. O controlador com o termo derivativo, por antecipar o esforço do controlador, através da avaliação da inclinação da resposta, resultando em um *overshoot* inferior. Como a resposta na figura 3.4 considera um sistema sem ruído, o desempenho do controlador PID mostrou-se o melhor.

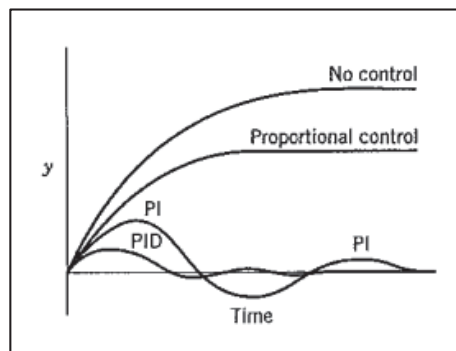


FIGURA 3.4: COMPARATIVO DA RESPOSTA DO PROCESSO PARA DIFERENTES TIPOS DE CONTROLADORES FEEDBACK

FONTE: Seborg et al. (2004).

Para um controlador fracionário da classe PID (FOPID), a análise dos termos proporcional, integral e derivativo é similar ao controlador de ordem inteira. Entretanto, há a existência de dois parâmetros adicionais, sendo o expoente de  $s$  no controlador FOPID no domínio de Laplace. Estes parâmetros garantem uma robustez mais elevada no controlador, devido ao efeito de memória, ou seja, para o cálculo do esforço do controlador em um dado instante de tempo, são necessários todos os pontos desde o instante inicial (PODLUBNY, 1999).

Abaixo é apresentada a equação de um controlador FOPID no domínio de Laplace:

$$G_C(s) = K_C + \frac{K_I}{s^\lambda} + K_D s^\mu \quad (3.2)$$

### 3.1.1.3. Instrumentação

A instrumentação é caracterizada pelos equipamentos (sensores, transdutores, atuadores, servidores, etc.) utilizados para integrar toda a malha de controle. A escolha e dimensionamento de cada um destes elementos é de fundamental importância para uma resposta rápida a flutuações e estabilidade do processo. Tomando como exemplo os sensores, pode-se utilizar vários critérios de escolha, como performance, confiabilidade, materiais de construção, etc. (SEBORG et al., 2004).

A etapa de escolha dos instrumentos para compor a malha de controle é de extrema importância, porque instrumentos inadequados em uma malha podem gerar ruídos, ocasionando respostas incorretas pelo controlador. Cuidados de manutenção dos equipamentos em campo, como calibrações frequentes, também podem evitar problemas que vão desde a medições incorretas à parada de linhas inteiras de produção (SIGHIERI; NISHINARI, 1982).

### 3.1.2. Espaço de Estados, Controlabilidade e Observabilidade

Para sistemas MIMO, os conceitos de controlabilidade e observabilidade do sistema são importantes para avaliação se todas as variáveis foram pareadas, resultando em um sistema completamente controlável e observável. Para introduzir tais definições, inicialmente é necessária a definição de espaço de estados.

O estado de um sistema dinâmico é definido como o menor conjunto de variáveis (variáveis de estado) onde o conhecimento destas variáveis em  $t = t_0$ , juntamente com os valores de entrada em  $t \geq t_0$ , definem completamente o comportamento do sistema para  $t \geq t_0$ . As variáveis de estado correspondem ao menor número de variáveis necessárias para definir o comportamento de um sistema dinâmico. Por definição, as variáveis de estado não precisam necessariamente serem medidas ou observáveis, entretanto é adequado utilizar variáveis para descrever os estados de um sistema como sendo variáveis medidas, para posteriormente serem aplicadas as leis de controle. O vetor de estados é o conjunto dos estados em forma vetorial, sendo que o número de elementos deste vetor será igual ao número de variáveis de estados. O espaço de estados é o conjunto de espaços vetoriais de dimensão  $n$  (sendo  $n$  o número de estados presentes no sistema dinâmico) que representam um sistema dinâmico (OGATA, 2002).

A equações de espaço de estados são o conjunto de variáveis que relacionam as variáveis de estado, os *inputs* e os *outputs* do sistema. Um sistema linear invariante no tempo pode ser representado por (OGATA, 2002):

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A} * \mathbf{x} + \mathbf{B} * \mathbf{u} + \mathbf{E} * \mathbf{d} \quad (3.3)$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{C} * \mathbf{x} + \mathbf{D} * \mathbf{u} \quad (3.4)$$

onde  $\mathbf{x}$  é o vetor de estados,  $\mathbf{u}$  é o vetor das variáveis manipuladas,  $\mathbf{d}$  é o vetor das perturbações e  $\mathbf{y}$  é o vetor de *outputs*.  $\mathbf{A}^*$ ,  $\mathbf{B}^*$ ,  $\mathbf{C}^*$ ,  $\mathbf{D}^*$  e  $\mathbf{E}^*$  são matrizes de constantes.

A partir do espaço de estados de um sistema dinâmico, a controlabilidade de um estado pode ser definida como:

“Um sistema é dito controlável se é possível encontrar um vetor de controle  $\mathbf{u}$  onde o qual, em um tempo finito  $t_f$ , irá transferir o sistema entre dois estados finitos arbitrários,  $\mathbf{x}_0$  e  $\mathbf{x}_1$ ” (ELGERD, 1967, p. 87, tradução nossa).

Esta definição implica que, caso um sistema seja controlável, é possível ir de um estado atual a outro estado desejado, por exemplo, o controlador atua sobre a variável controlada direcionando-a para o *set-point* desejado. Matematicamente, a matriz de controlabilidade é dada por:

$$\mathbf{C_o} = [\mathbf{B} \quad \mathbf{AB} \quad \dots \quad \mathbf{A}^{n-1}\mathbf{B}] \quad (3.5)$$

Para a avaliação de observabilidade de um sistema, ele será completamente observável se e somente se, o vetor  $\mathbf{Ob} = \mathbf{C_oMo}$  não possuir nenhum elemento igual a zero, onde  $\mathbf{Mo}$  é a matriz modal com os autovetores de  $\mathbf{A}$  como vetores coluna (WIBERG, 1971).

Sabendo que controlabilidade e observabilidade são conceitos duais, um sistema é dito controlável quando todos os estados de um sistema são afetados pelo *input*, já um sistema observável necessita que todo estado do sistema afete o *output* medido. Para visualizar o que ocorre no interior de um sistema dinâmico, o sistema precisa ser observável. Para manipular este sistema sujeito a um controlador e obter as respostas desejadas, o sistema precisa ser controlável (GRAUPE, 1976).

A figura 3.5 representa os casos de observabilidade e controlabilidade de um sistema. O sistema ideal é aquele todos os estados podem ser observados, ou seja, todas as variáveis que afetam o output podem ser medidas e todas podem ser controladas.

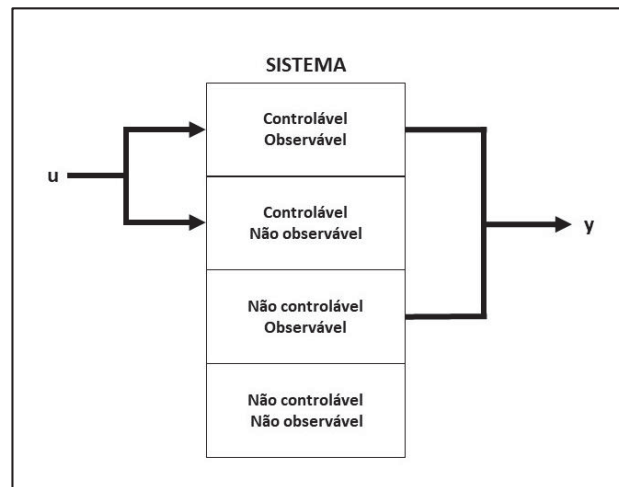


FIGURA 3.5: DIVISÕES DE UM SISTEMA BASEADO EM SUA CONTROLABILIDADE E OBSERVABILIDADE

FONTE: Adaptado de Elgerd (1967).

### 3.1.3. Controle Digital

Os primeiros controladores PID faziam uso de técnicas analógicas, como *relays* pneumáticos, sendo que alguns anos depois foram implementados circuitos elétricos e amplificadores. Posteriormente, os controladores foram implementados com o uso de microprocessadores. Alguns aspectos importantes surgem nessa nova metodologia que devem ser considerados, como amostragem e discretização (ASTROM; HAGGLUND, 1995).

O uso do controle digital traz algumas vantagens consigo, como aumento de sensibilidade (sistemas com uma quantidade enorme de energia pode ser controlado com sinais de baixo nível energético), aplicação de sistemas de controle onde a amostragem é inerente (sonares que enviam um sinal e aguardam o retorno em forma de pulsos) e a possibilidade de uso de computadores. Entretanto, algumas desvantagens podem ser relevantes, como o projeto de sistemas discretos, em que algumas vezes se tornam mais complexos do que sistemas contínuos, estabilidade do sistema e erros de compilação da lei de controle nos computadores digitais (HOUPIS; LAMONT, 1987).



Discretização de sistemas fracionários possuem elevada complexidade, pois são modelos de séries de potência com somatórios até o infinito, como será apresentado além. Erros de *clock* entre a aquisição de dados e cálculo da lei de controle por parte do computador podem alterar o intervalo de amostragem, resultando em uma resposta equivocada do controlador.

### 3.1.4. Amostragem

A discussão acerca do intervalo de amostragem de um sistema é muito relevante. A amostragem precisa ser suficientemente pequena a fim de ser possível observar toda a dinâmica de um sistema. Quando a frequência de amostragem tende ao infinito (período de amostragem tende a zero), obtém-se um sistema contínuo. O oposto (frequência de amostragem reduzida) pode ocultar informações vitais do sistema (KUO, 1970).

Åström e Wittenmark (1997) definiram uma orientação para determinação do tempo de amostragem, baseado na constante de tempo dominante, ou seja, a constante de tempo com valor mais baixo:

$$0,01 \leq \frac{T}{\tau_{dom}} \leq 0,05 \quad (3.6)$$

A constante de tempo dominante é aquela que será responsável por respostas dinâmicas mais rápidas. Portanto, ao utilizá-la para definir o intervalo de amostragem, garante-se que a dinâmica do processo possa ser observada.

### 3.1.5. Discretização

A discretização de um sistema é necessária para alterar uma lei de controle contínua no tempo por uma na forma discreta, para então poder ser implementada em um computador digital (ASTROM et al., 2001).

A conversão de uma função contínua em discreta é baseada no período de amostragem, e pode ser expressa pela seguinte relação:

$$f^*(t) = \sum_{k=0}^{\infty} f(k) \delta(t - kT) \quad (3.7)$$

Para sistemas dinâmicos discretos, é necessário também introduzir o conceito de transformada Z, uma técnica análoga à transformada de Laplace, entretanto aplicada para sistemas discretos. A relação entre as duas transformada se dá por:

$$z = e^{Ts} \quad (3.8)$$

Sendo que uma das aproximações para  $e^{Ts}$  mais utilizadas para discretização na área de controle é o algoritmo de Tustin (HOUPIS; LAMONT, 1987):

$$s^q \approx \left[ \frac{2}{T} \left( \frac{1 - z^{-1}}{1 + z^{-1}} \right) \right]^q, \quad q \in \mathfrak{N} \quad (3.9)$$

Utilizando a equação 3.9, é possível discretizar sistemas em Laplace (contínuos) para diferentes expoentes de  $s$ . Assim, com as equações 3.8 e 3.9 é possível migrar do domínio de Laplace para o domínio Z. No plano Z, as constantes formam círculos concêntricos centrados na origem, com raio igual a  $e^{\eta T}$ ,  $\eta$  corresponde à constantes no plano  $s$  (LEIGH, 1985).

### 3.1.6. Identificação de Processos

De acordo com Coelho e Coelho (2004), identificação de um sistema compreende em determinar um modelo matemático para melhor representar seus aspectos essenciais de uma forma adequada, sendo que este modelo possa ser utilizado para seu fim (otimização, controle, supervisão). A busca não está em um modelo matemático exato, mas suficiente para representar a dinâmica de um sistema baseado na sua utilização, ou seja, obter um modelo que seja útil.

Para o ajuste de parâmetros a um modelo, é importante inicialmente definir qual modelo será utilizado, baseado na precisão do modelo e técnicas matemáticas disponíveis para tratamento dos dados. De acordo com Schwaab e Pinto (2007), os modelos podem ser classificados em 3 grandes grupos:

- Modelos teóricos e empíricos: estes modelos são baseados em embasamento teórico do problema, como as leis termodinâmicas e de conservação de massa e energia do sistema. Os modelos empíricos são propostos baseado em ajustes às observações experimentais e são capazes de reproduzir condições experimentais semelhantes, entretanto devem ser extrapolados para outros casos com cautela. Modelos empíricos não necessitam de equações baseadas em leis da física ou química para serem definidos;
- Modelos determinísticos e estocásticos: modelos determinísticos são aqueles que, ao se fazer a mesma pergunta, obtém-se sempre a mesma resposta para o problema, ou seja, são definidos a partir de um conjunto de equações que descrevem o sistema. As incertezas do modelo são provenientes de erros experimentais e perturbações do sistema. Já modelos estocásticos admitem obter respostas diferentes para uma mesma pergunta, mas adicionam a probabilidade do evento se repetir, havendo respostas mais e menos prováveis;
- Modelos a parâmetros concentrados e parâmetros distribuídos: tomando o exemplo de um reator CSTR, um modelo a parâmetros concentrados é aquele

que prevê a concentração de um reagente a um dado instante para qualquer posição no espaço no interior do reator, dada a suposição de mistura perfeita. Entretanto, um modelo a parâmetro distribuído é aquele em que as variações espaciais são importantes para o ajuste do modelo, como um trocador de calor casco/tubo, onde a temperatura do fluido varia com o tempo e com a posição no interior do trocador de calor.

Para vários processos, é mais adequado utilizar dados experimentais para ajustar um modelo determinado do que desenvolver um modelo fundamental baseado em equações físicas, químicas e termodinâmicas, seja por limitações de tempo ou mesmo porque o equacionamento pode demandar muito esforço desnecessário. Na identificação de processos, o método de identificação mais comum é a inserção de uma função degrau (Função de Heaviside) de tamanho conhecido e observar o comportamento do processo (BEQUETTE, 2002).

A identificação de sistemas é tratada de forma geral como um problema de otimização onde, a partir de um modelo sugerido, são ajustados os parâmetros desse modelo a fim de minimizar uma função objetivo, usualmente baseada na diferença entre os pontos experimentais e os valores obtidos com a aplicação do modelo. Um modelo fidedigno à realidade não necessariamente é aquele que possui uma quantidade elevada de parâmetros, ou derivadas de ordem mais alta, garantindo assim o *Princípio da Parcimônia*, representando que uma explicação precisa ter o menor número possível de premissas para explicar um fenômeno (COELHO; COELHO, 2004).

O primeiro passo para identificação é a excitação do sistema dinâmico com alguma função conhecida, sendo que a mais utilizada é a função degrau. A partir da coleta dos dados de entrada, saída e tamanho do degrau, é possível ajustar um modelo aos dados experimentais utilizando métodos como mínimos quadrados ou máxima verossimilhança (COELHO; COELHO, 2004. SEBORG et al., 2004).

Supondo um modelo de primeira ordem a ser ajustado:

$$G_P = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{K_P}{\tau_P s + 1} \quad (3.10)$$

Com uma resposta no tempo a um degrau de intensidade M:

$$y(t) = MK_P \left( 1 - e^{-t/\tau_P} \right) \quad (3.11)$$

A equação 3.11 possui dois parâmetros,  $K_P$  e  $\tau_P$ , que devem ser estimados. Como a constante de tempo é argumento de uma função exponencial, tornando este parâmetro não linear com respeito ao modelo, métodos de regressão não linear devem ser utilizados para o procedimento de otimização (SEBORG et al., 2004).

Para estimação paramétrica, a função objetivo adotada a ser minimizada foi o MMQ (Método dos Mínimos Quadrados):

$$FOBJ = \sum_{i=1}^{NE} \left( y_{\text{exp}}(i) - y_{\text{calc}}(i) \right)^2 \quad (3.12)$$

Na equação 3.12, FOBJ é o valor a ser minimizado por um método de otimização;  $y_{\text{exp}}$  é o vetor das medidas experimentais,  $y_{\text{calc}}$  é o valor dos valores calculados através do modelo (onde estão presentes os parâmetros a serem ajustados) e NE são o número de pontos experimentais. Ao utilizar o MMQ é importante ter boas estimativas iniciais dos parâmetros para o algoritmo de otimização não obter um mínimo local.

Se possível, a identificação é realizada em malha aberta, por ser menos complexa. Em processos em operação onde há a necessidade de ser feita a identificação, muitas vezes não é possível abrir a malha de controle, seja por questões operacionais, de segurança ou ambientais. Assim sendo, a identificação deve ser feita em malha fechada. A excitação do sistema em malha fechada pode ocorrer tanto no controle servo (alteração de *set-point*) ou regulatório (perturbação externa na malha),

entretanto em ambos os casos, a função alimentada à malha deve ser conhecida e com seus limites determinados. A função mais utilizada na indústria para identificação, seja em malha aberta ou fechada, é a função Heaviside (LJUNG, 1999).

### 3.1.7. Ruídos de medição

Erros de medição são comuns em processos industriais, seja por deficiência de calibração do instrumento ou inerentes à variável de processo medida. O ruído pode ser caracterizado e separado da função de transferência do processo, onde é adicionado um filtro digital para compensar tais ruídos. Para um ruído estacionário (possui o mesmo comportamento ao longo do tempo), é preciso avaliá-lo em termos de características temporais e amplitude, onde a distribuição de amplitude pode ser caracterizada pela média, desvio padrão e o valor de pico a pico (ASTROM; HAGGLUND, 1995).

A média e a variância do ruído podem ser expressas, respectivamente, como:

$$\bar{w} = \frac{1}{T} \int_0^T y(t) dt \quad (3.13)$$

$$\sigma_w^2 = \int_0^T \left( y(t) - \bar{w} \right)^2 dt \quad (3.14)$$

O ruído branco é caracterizado por possuir média igual à zero, ou seja, o ruído irá afetar os dados experimentais uniformemente ao longo do tempo, com desvios positivos e negativos. O oposto são os ruídos coloridos, caracterizados por possuírem estruturas variantes no tempo.

Para redução dos ruídos, normalmente são implementados filtros digitais na malha de controle. Os filtros mais comuns são o filtro exponencial, exponencial duplo

e média-móvel, sendo que o primeiro é o mais utilizado em aplicações de controle de processos (SEBORG et al., 2004).

A equação do filtro exponencial simples é apresentada a seguir:

$$y_F(k) = \eta y_M(k) + (1 - \eta) y_F(k-1) \quad 0 \leq \eta \leq 1 \quad (3.15)$$

A constante  $\eta$  é o peso do filtro. Valores mais próximos a 1 favorecem os dados experimentais futuros e valores mais próximos a 0 favorecem os dados filtrados. A equação 3.15, no domínio Z, é expressa por:

$$H(z) = \frac{Y_F(z)}{Y_M(z)} = \frac{\eta}{1 - (1 - \eta)z^{-1}} \quad (3.16)$$

### 3.1.8. Cálculo Fracionário

O cálculo fracionário (CF) refere-se ao estudo de derivadas e integrais de ordem arbitrária. O termo surgiu em uma troca de correspondências entre Leibniz e l'Hôpital em 1695 perguntando se as definições de derivadas de ordem inteira poderiam ser generalizadas para derivadas de ordem arbitrária, como  $\frac{1}{2}$  por exemplo. Leibniz, em sua resposta, respondeu que levaria a um paradoxo, sendo que algum dia geraria consequências frutíferas (CAMARGO; OLIVEIRA, 2015).

As principais definições do cálculo fracionário são apresentadas a seguir (CAMARGO; OLIVEIRA, 2015. CAPONETTO et al., 2010. MONJE et al., 2010).

Definição de Riemann-Liouville

$${}^{RL}_a D_t^p f(t) = \frac{1}{\Gamma(n-p)} \frac{d^n}{dt^n} \int_a^t \frac{f(\tau)}{(t-\tau)^{p-n+1}} d\tau \quad (n-1 \leq p \leq n) \quad (3.17)$$

### Definição de Grünwald-Letnikov

$${}^{\text{GL}}_a D_t^p f(t) = \lim_{h \rightarrow 0} h^{-p} \sum_{j=0}^{\left[ \frac{t-a}{h} \right]} (-1)^j \binom{p}{j} f(t-jh) \quad (3.18)$$

### Definição de Caputo

$${}_a^C D_t^p f(t) = \frac{1}{\Gamma(p-n)} \int_a^t \frac{f^{(n)}(\tau)}{(t-\tau)^{p-n+1}} d\tau \quad (n-1 < p < n) \quad (3.19)$$

A proposição de Caputo, baseada na definição de Riemann-Liouville, é mais restritiva, sendo que há a inversão das operações de derivação e integração. Por esta inversão, as condições iniciais são as mesmas das equações diferenciais e integrais de ordem inteira, sendo que assim as derivadas fracionárias de Caputo têm significado físico, sendo úteis para aplicações em controle de processos, por exemplo (CAMARGO; OLIVEIRA, 2015).

As figuras 3.8 e 3.9 apresentam o procedimento para derivar uma função de ordem 2,3 pelo método de Riemann-Liouville e Caputo, respectivamente. Na figura 7, é realizada primeiro a integração de ordem 0,7 para então ser feita a derivada de ordem 3, resultando em uma derivada de ordem 2,3. Já na figura 8, pela definição de Caputo, inicialmente é feita a derivação de ordem 3 e então realizada a integração de ordem 0,7, resultando também em uma derivada de ordem 2,3. Como neste último a operação de derivação é realizada primeiro, as condições iniciais não são alteradas, podendo ser aplicadas as mesmas relativas à de ordem inteira.



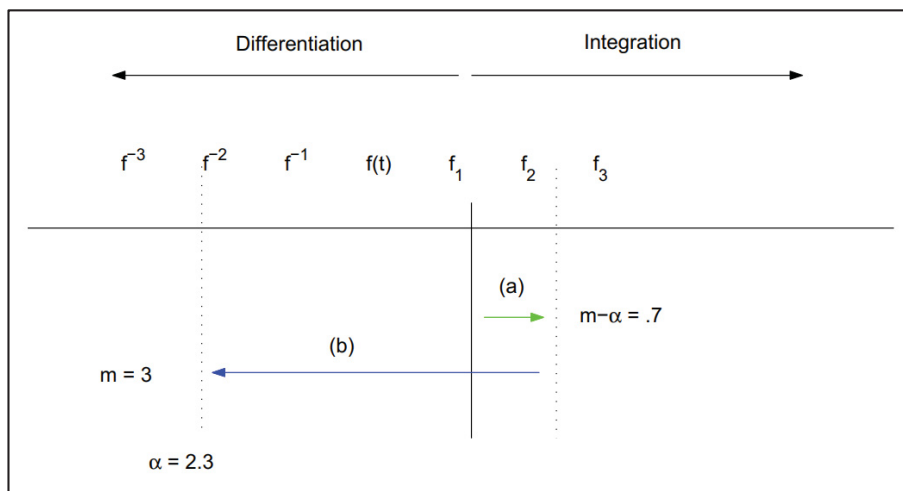


FIGURA 3.6: DERIVADA DE ORDEM 2,3 PELO MÉTODO DE RIEMANN-LIOUVILLE  
 FONTE: Loverro (2004).

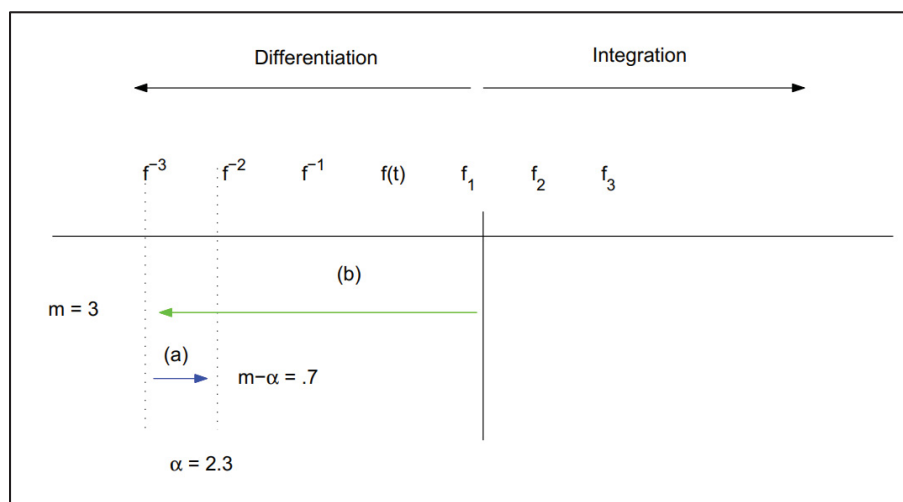


FIGURA 3.7: DERIVADA DE ORDEM 2,3 PELO MÉTODO DE CAPUTO  
 FONTE: Loverro (2004).

Nas definições de Caputo e Riemann-Liouville há a presença da função Gamma, uma generalização da função fatorial, definida para reais inteiros.

$$\Gamma(x) = \int_0^{\infty} e^{-t} t^{x-1} dt \quad (3.20)$$

Se  $x$  for um inteiro positivo, a função Gamma reduz-se à função fatorial.

A transformada de Laplace para sistemas fracionários possui propriedades análogas àsquelas de ordem inteira. A transformada de uma função fracionária, baseada na definição de Caputo, é dada por:

$$\mathbb{L}\left\{\frac{d^p f(t)}{dt^p}\right\} = s^p \mathbb{L}\{f(t)\} - \sum_{k=0}^{n-1} \left[ s^{p-k-1} \left( \frac{d^k f(t)}{dt^k} \right)_0 \right] \quad (n-1 < p < n) \quad (3.21)$$

Outra função muito utilizada no cálculo fracionário é a função de Mittag-Leffler, uma generalização da função exponencial. Para dois parâmetros, a função é expressa como:

$$\mathbb{E}_{p,q}(v) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{v^k}{\Gamma(pk + q)} \quad (3.22)$$

E sua  $k$ -ésima derivada:

$$\mathbb{E}_{p,q}^{(k)}(v) = \sum_{j=0}^{\infty} \frac{(j+k)! v^j}{j! \Gamma(pj + pk + q)} \quad (3.23)$$

Os processos e controladores fracionários possuem um parâmetro adicional a ser ajustado. Entretanto, diferente dos parâmetros baseados no cálculo inteiro, este parâmetro ajusta uma melhor “função”. Ao alterar a ordem da derivada, são originadas novas funções distintas. Esta característica resulta em uma função de transferência do processo mais fiel à realidade e um controlador mais robusto.

## 3.2. Estado da Arte

### 3.2.1. Sistemas SISO Fracionários

Um dos trabalhos iniciais de implementação do CF no controle de processos foi proposto por Podlubny (1999). O autor comparou um controlador fracionário para uma dinâmica de processo de ordem inteira e fracionária. O controlador fracionário mostrou-se mais adequado, tanto em termos de *overshoot* reduzido quanto tempo de assentamento inferior. Por ser um trabalho de caráter teórico, sem validação experimental, não foi feita análise de ruídos de medição.

A influência do ruído presente na determinação da dinâmica de sistemas reais é fundamental na etapa de identificação e no posterior teste de estabilidade do sistema. O primeiro trabalho a avaliar a robustez de sistemas lineares fracionários invariantes no tempo foi proposto por Petráš et al. (2002), em que os autores avaliaram as incertezas paramétricas nos testes de estabilidade. Neste procedimento, uma função é avaliada quanto a sua continuidade no semiplano direito da superfície de Riemann, sendo que este é um teste relativamente simples para avaliar estabilidade de funções de transferência de ordem fracionária. Posteriormente, a forma de representação de estado espaço foi incorporada ao modelo para teste de robustez por Chen et al. (2006) utilizando a teoria da matriz de perturbações, sendo assim possível avaliar a estabilidade de sistemas. Recentemente, Matušu et al. (2017) apresentaram uma metodologia gráfica para avaliação da estabilidade de polinômios de ordem fracionária com incertezas complexas, provenientes não somente de ruído branco (média igual a zero, onde o ruído é resultante apenas do desvio padrão), mas também ruído colorido (a estrutura do ruído é dependente do tempo, podendo alterar sua média). Os resultados auxiliaram na compreensão e entendimento de região de estabilidade para polinômios fracionários com incertezas complexas. Este trabalho fez uma generalização para o teste de Kharitonov, apresentado por Mansour (1990) para estabilidade de polinômios com incertezas paramétricas.

Há um aumento contínuo de trabalhos sobre sistemas fracionários, especialmente em processos complexos, onde o cálculo inteiro não descreve bem a realidade. Victor et al. (2013) apresentaram métodos para identificação de processos em malha aberta na presença de ruído. O método proposto é uma modificação do SRIVC (*Simplified Refined Instrumental Variables for Continuous System*), onde o algoritmo é utilizado para também estimar a ordem das derivadas. Entretanto, é necessário que o ruído presente nos dados seja branco. Neste trabalho, é utilizado um cilindro de alumínio aquecido por uma resistência, com medição da temperatura no lado oposto ao da resistência, avaliando assim a condução de calor. O algoritmo proposto foi capaz de estimar um modelo com 2 parâmetros fracionários satisfatoriamente, tendo ordem das derivadas diferentes de outros trabalhos relacionados, mas com a incerteza paramétrica menor comparado a outros trabalhos reportados.

Para controladores fracionários, Caponetto et al. (2016) realizaram a identificação em malha aberta e controle de um sistema composto por um cilindro de alumínio empacotado com esferas de poliestireno e chumbo. Os autores confirmaram que, para sistemas térmicos, sistemas fracionários representam melhor a realidade, quando comparados à sistemas de ordem inteira. Após a identificação, controladores PI, PI com *anti-windup* e FOPI foram sintonizados. A melhor performance foi do controlador FOPI. A conclusão dos autores foi que controladores de ordem fracionária respondem melhor a processos de ordem fracionária do que os de ordem inteira, para sistemas térmicos caracterizados por condução.

Para identificação de sistemas de ordem fracionária em malha aberta, Hartley e Lorenzo (2003) utilizaram a distribuição contínua de ordem e Ghanbari e Haeri (2010) utilizaram derivação parcial utilizando as funções de Legendre. Incorporando o ruído de medição na determinação dos parâmetros da planta, Sierociuk e Ziubinski (2014) fizeram uma análise mais profunda, definindo funções de transferência de ordem fracionária para o ruído, incorporando-as como perturbações no sistema.

O procedimento de identificação em malha fechada não é trivial, pois todos os parâmetros devem ser estimados de forma simultânea, aumentando assim problemas como alto nível de correlação paramétrica. Gustavsson et al. (1977) apresentaram um

conjunto de métodos para auxiliar na identificação e tratamento das incertezas de medição na estimação dos parâmetros da planta em malha fechada. Em um trabalho mais recente, Almeida (2012) utilizou técnicas de otimização para estimação dos parâmetros e regiões paramétricas para controle de pH na caixa de entrada de máquinas de papel em uma indústria de papel e celulose.

### 3.2.2. Sistemas MIMO Fracionários

Aparatos experimentais para sistemas MIMO são conhecidos de longa data. Johansson (2000) e Ko et al. (2001) propuseram sistemas experimentais para análise e validação de controladores MIMO. Ko et al. (2001) apresentaram a metodologia para implementação de um sistema composto por dois tanques conectados, alimentados por duas bombas distintas, proporcionando assim um sistema com duas entradas (vazão das bombas) e duas saídas (nível dos tanques). Johansson (2000) utilizou um sistema composto por 4 tanques, onde a vantagem de seu sistema proposto foi ter um zero ajustável nas funções de transferência, simplesmente alterando a posição das válvulas presentes no aparato experimental. Assim era possível ter um zero no sistema no semiplano direito ou esquerdo, possibilitando uma gama maior de análises. Ambos os trabalhos utilizaram métodos clássicos de sintonia de controladores.

A partir de sistemas experimentais de 2 e 4 tanques conectados, surgiram também trabalhos considerando sistemas fracionários. Muresan et al. (2015) sintonizaram um controlador fracionário com validação experimental. Os autores compararam um controlador projetado pelo método IMC (*Internal Model Control*) e um controlador FOPID, em que o último se mostrou mais eficaz para rastreamento de *set-point* e rejeição de perturbação. O ISE (Integral do Quadrado do Erro) resultou em valores até 78% menores para o controlador fracionário, comparado aos controladores de ordem inteira.

Roy e Roy (2016a) e Roy e Roy (2016b) incluíram controladores *feedforward* na malha de controle. Roy e Roy (2016a) fizeram a sintonia de controladores utilizando 2

tanques conectados, já Roy e Roy (2016b) utilizaram 4 tanques. No primeiro trabalho, foi sintonizado um controlador FOPI com um controlador *feedforward* de ordem inteira. O *overshoot* e tempo de assentamento foram inferiores para um FOPI, em comparação a um controlador *feedback-feedforward* PID. A redução no tempo de assentamento não foi significativa, mas o *overshoot* com o controlador FOPI foi de 0,81%, comparado a 3,75% para o controlador PID. Vale mencionar que ambos os controladores (FOPI e PID) possuem o mesmo número de parâmetros ajustáveis. No segundo trabalho, um controlador adaptativo fracionário foi implementado juntamente com um controlador *feedforward* de ordem inteira. Ambos os trabalhos comprovaram que um controlador *feedforward* é mais eficaz quando utilizado em conjunto com um controlador *feedback* FOPI, quando comparado a um PID.

A identificação de sistemas MIMO acoplados em malha fechada possui uma complexidade superior em relação a sistemas SISO, devido à necessidade de estimar todos os parâmetros simultaneamente. Pensar e Waller (1993) apresentaram uma metodologia para obter os ganhos do estado estacionário das funções de transferência em malha fechada, utilizando como exemplo o modelo de uma coluna de destilação, onde as composições de fundo e topo são os estados do sistema e as variáveis manipuladas são a carga do refeedor e a vazão de alimentação. Já Li e Lee (1996) fizeram uma análise similar, utilizando também uma coluna de destilação como modelo, entretanto a identificação foi realizada no domínio da frequência, o que simplifica o tratamento das matrizes utilizadas para estimação dos parâmetros.

Ahmed (2016) utilizou a abordagem integral para realizar a identificação de processos em malha aberta e fechada, SISO e MIMO. Neste método, os sinais de entrada e saída são convertidos em integrais, ajustando então os parâmetros pelo método dos mínimos quadrados. Foram simulados diferentes níveis de ruído (2 a 50%) e avaliada a influência do ruído na incerteza paramétrica. O intervalo de amostragem também foi alterado, concluindo o esperado: intervalos menores reduzem a incerteza dos parâmetros. Em adição, os parâmetros estimados usando dados de malha aberta e fechada possuíram diferenças inferiores à 0,1%.

Outro trabalho significativo na identificação de sistemas MIMO em malha fechada foi o proposto por Verhaegen (1993), identificando o sistema a partir de subespaços

vetoriais, sendo que o autor adaptou os algoritmos para MOESP (*MIMO Output Error State Space Model*), inicialmente utilizado apenas para identificação em malha aberta, para malha fechada. Nesta técnica, não é necessário a informação prévia sobre o controlador. A base do trabalho é converter um problema MIMO em malha fechada para seu equivalente em malha aberta. Diferente da abordagem de Verhaegen (1993), onde a análise foi feita apenas para ruído branco, Sugie et al. (2017) propuseram uma metodologia para identificação em malha fechada na presença de ruído colorido. Há uma alteração nas matrizes do subespaço, onde é introduzido um termo adicional de erro multiplicado ao ganho de Kalman.

Huang et al. (2016) utilizaram a abordagem MOESP para identificação em malha fechada com validação experimental. Neste trabalho, é mostrado que o *input* do sistema possui forte correlação com o ruído ou *inputs* externos, como perturbações. Os autores então fizeram uma alteração nas equações de espaço de estados, utilizando a saída do controlador como referência para identificação. A validação experimental da identificação é feita em um sistema MIMO para controle de movimento, possuindo 16 estados. As conclusões principais desse trabalho foram que, para bandas médias de frequência, a identificação foi satisfatória, entretanto para frequências baixas (inferiores a 30Hz), os parâmetros não foram acurados, sinalizando assim a importância do intervalo de amostragem na identificação de sistemas, comprovando o que se sabia na teoria com validação experimental.

Não foram encontrados na literatura trabalhos reportando identificação de sistemas MIMO em malha fechada para sistemas fracionários.

### 3.3. Considerações Finais

Em todos os trabalhos presentes na literatura, a análise de incertezas paramétrica para sistemas MIMO são escassas, sejam eles de ordem inteira ou fracionária. Como foi apresentado, alguns autores relataram a incerteza dos parâmetros estimados, mas não fizeram a análise de estabilidade em malha fechada

(para trabalhos teóricos) ou realizaram testes experimentais para validação dos parâmetros encontrados. Acredita-se que o trabalho proposto de identificação e controle de processo MIMO com validação experimental represente um trabalho inovador na área, sendo que a análise matemática não fica necessariamente ligada a este experimento, dada a versatilidade de aplicação de fundamentos de controle de processos aos mais diferentes casos.

Adicionalmente, a grande maioria dos trabalhos reportados na literatura para sistemas MIMO fracionários são baseados em experimentos com 2 ou 4 tanques acoplados, como mencionado. O módulo experimental proposto possuiu um baixo custo de montagem e operação, sendo também um diferencial para estudo de sistemas complexos, não necessitando de elevados investimentos para realizar tais análises. Trabalhos utilizando sistemas similares ao proposto não foram encontrados na literatura, onde há transferência de calor tanto por convecção, condução e radiação, bem como transferência de massa.



## 4. MATERIAIS E METODOLOGIA

Neste capítulo são apresentadas todas as etapas tanto de construção do módulo experimental bem como das etapas de coleta de dados, procedimento de identificação e tratamento estatístico para avaliação dos parâmetros obtidos.

### 4.1. Aparato Experimental

#### 4.1.1. Definição Iniciais

A primeira etapa do projeto foi a definição de um aparato experimental para simular um sistema MIMO. A partir destes requisitos, foi projetado um sistema fechado onde há entrada para fluxo de ar externo por meio de um ventilador e uma lâmpada para aquecimento do sistema. As variáveis utilizadas foram:

- Variáveis controladas:
  - Temperatura;
  - Luminosidade.
- Variáveis manipuladas:
  - Vazão de ar através da tensão do ventilador;
  - Fluxo de energia através da tensão da lâmpada de aquecimento.

Este aparato experimental foi proposto por todos os componentes serem acessíveis e também por ser de relativa fácil construção.

#### 4.1.2. Simulações

Foram realizadas simulações em CFD (Fluido Dinâmica Computacional) utilizando o software Fluent® (ANSYS, 2016), para avaliação da resposta dinâmica de distribuição de ar no interior da câmara, a fim de realizar o adequado posicionamento dos sensores, a fim de garantir uma resposta linear do sistema. A figura 4.1 apresenta o aparato experimental proposto.

A tabela 4.1 apresenta os parâmetros de entrada utilizados para simulação do sistema e a figura 4.2 apresenta a análise fluidodinâmica no interior da câmara. Os parâmetros de velocidade do ar e potência da lâmpada foram retirados das folhas de especificação dos componentes utilizados (lâmpada e ventilador), os quais serão apresentados no decorrer no trabalho. Foi utilizada uma velocidade correspondente a 50% da velocidade nominal de um ventilador, a fim do atuador operar em 50% da sua capacidade. O fluxo de energia da lâmpada foi estimado a partir da resistência do filamento da lâmpada.

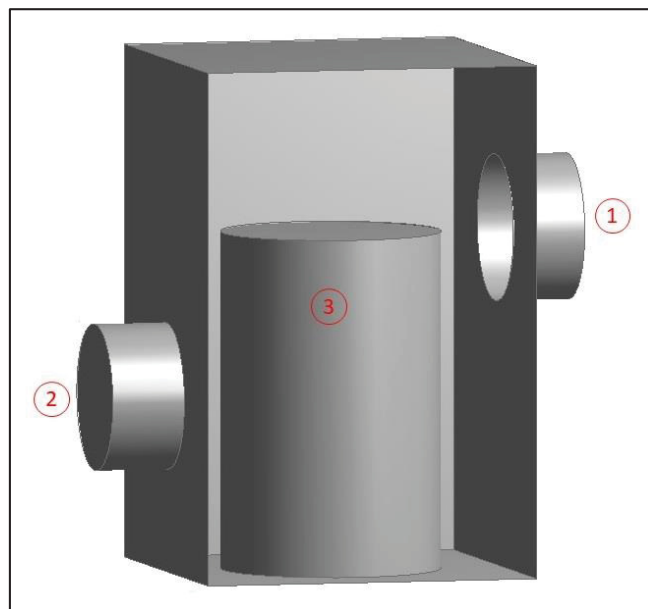


FIGURA 4.1: MODELO EXPERIMENTAL UTILIZADO PARA ANÁLISE CFD. 1: entrada de ar; 2: saída de ar; 3: representação esquemática da lâmpada.

FONTE: O Autor (2018).

TABELA 4.1: PARÂMETROS UTILIZADOS PARA SIMULAÇÃO EM CFD DO APARATO EXPERIMENTAL

Parâmetro	Valor
Velocidade do ar de entrada	5,0 m/s
Fluxo de calor da lâmpada	5000 W/m <sup>2</sup>
Número de nós	32.878
Número de elementos	16.6142
Passo	1 s
Número de passos de tempo	30

FONTE: O autor (2018).

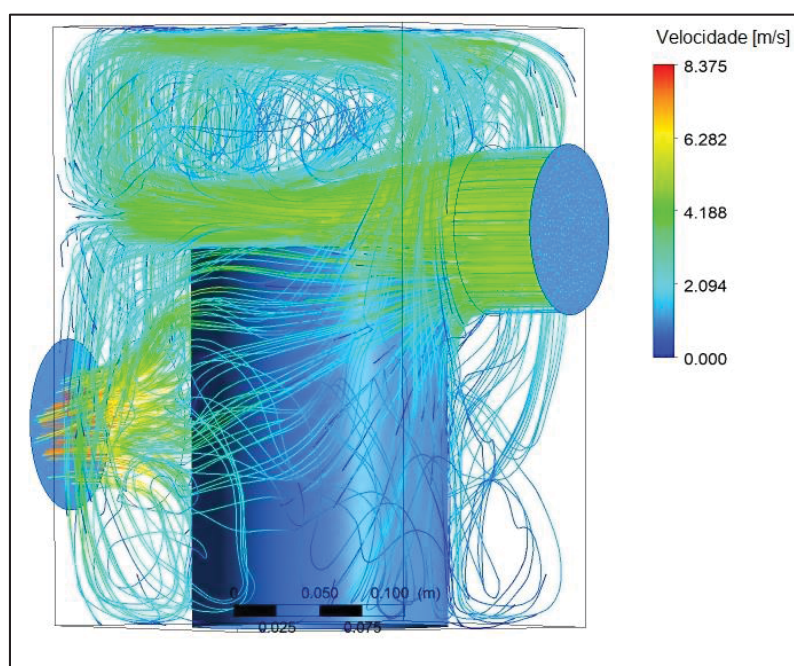


FIGURA 4.2: ANÁLISE FLUIDODINÂMICA DA CÂMARA PARA AS DIMENSÕES OTIMIZADAS  
FONTE: O Autor (2018).

As dimensões de largura, profundidade e altura foram as menores possíveis, para garantir um melhor aproveitamento da capacidade térmica da lâmpada no interior da câmara. A figura 4.2 apresenta os pontos de entrada e saída de ar já otimizados, sendo que estes garantiram uma maior turbulência no interior da câmara para as regiões superiores da caixa, podendo assim aproximar a temperatura do ar em um determinado ponto como sendo representativa de toda esta região. Pode-se também observar uma elevação da velocidade do ar na saída. Com a troca térmica entre a lâmpada e o ar, há um aumento da densidade do ar, elevando assim sua velocidade na saída.

Os detalhes construtivos da câmara com suas dimensões estão presentes no anexo A.

#### 4.1.3. Instrumentação

Como já mencionado, a instrumentação tem importância significativa em um sistema de controle. Os componentes para o módulo experimental deste trabalho foram selecionados baseado em precisão dos sensores, praticidade e custo. Para composição do sistema TITO, os seguintes instrumentos foram utilizados:

- Variáveis controladas:
  - Temperatura com o uso de um sensor LM35;
  - Luminosidade com o uso de um sensor LDR;
- Variáveis manipuladas:
  - Potência da lâmpada através da alteração de tensão da lâmpada;
  - Vazão de ar através da alteração da tensão do ventilador.

#### 4.1.3.1. Sensor de Temperatura

O sensor de temperatura utilizado foi o LM35, um sensor baseado em transistores, circuito-integrado e amplificadores, para garantir uma relação linear entre a temperatura e a corrente para a faixa de operação especificada. Um conjunto de transistores com densidades de corrente distintas garantem uma relação aproximadamente linear entre a temperatura absoluta, em Kelvin, com a tensão. Para garantir a linearidade, uma parte do circuito corrige estes desvios. A tabela 4.2 apresenta as principais características do sensor.

TABELA 4.2: CARACTERÍSTICAS OPERACIONAIS DO LM35	
Descrição	Valor
Faixa de operação [°C]	-55 a 150
Tensão de operação [V]	4 a 30
Precisão [°C]	±1
Relação linear para conversão [mV/°C]	10

FONTE: adaptado de Texas Instruments (2017)

A figura 4.3 apresenta uma imagem do sensor LM35.



FIGURA 4.3: SENSOR LM35

FONTE: TEXAS INSTRUMENTS (2017).

#### 4.1.3.2. Sensor de Luminosidade

O sensor de luminosidade utilizado foi o LDR (*Light Dependent Resistor*), um fotoresistor onde a resistência diminui com o aumento da luminosidade. O fotoresistor é feito de materiais semi-condutores com alta resistência, ou seja, há poucos elétrons livres para passagem de corrente. Ao entrar em contato com a luz, o semi-condutor absorve os fótons e uma parte desta energia é transferida aos elétrons, conduzindo uma quantidade maior de eletricidade. Portanto o aumento da luminosidade no sensor é observado por uma redução da resistência. Em ambientes escuros a resistência é muito elevada (da ordem de  $M\Omega$ ) até resistências próximas a zero para ambientes muito luminosos. A tabela 4.3 apresenta as características principais do LDR e a figura 4.4 uma imagem do sensor utilizado.

TABELA 4.3: CARACTERÍSTICAS OPERACIONAIS DO LDR

Descrição	Valor	
Resistências para diferentes luminosidades [ $\Omega$ ]	1000 lux	400
	10 lux	9
	Escuridão	1.000.000
Tensão máxima [V]	320	
Corrente máxima [mA]	75	
Precisão	0,5%	
Temperatura de operação [ $^{\circ}\text{C}$ ]	-60 a 120	
Diâmetro [mm]	5	

FONTE: adaptado de Numrom Technologies (2018).

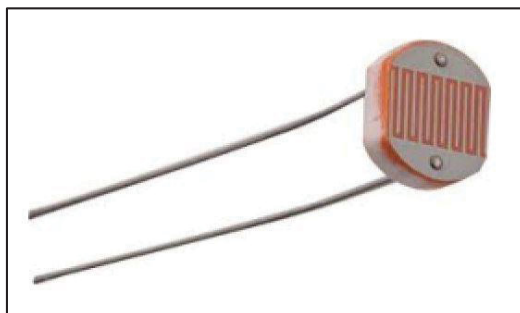


FIGURA 4.4: SENSOR LDR

FONTE: Sunrom Technologies (2008).

#### 4.1.3.3. Lâmpada

Como uma das variáveis manipuladas, foi utilizada uma lâmpada incandescente utilizada para secagem. Esta lâmpada foi selecionada baseada na sua versatilidade para o projeto, por ter um alto nível de luminosidade e aquecimento. A tabela 4 sintetiza as principais características da lâmpada. A temperatura de cor mencionada define a cor da luz emitida, onde o valor apresentado de 2350K resulta em uma coloração da luz entre o amarelo e o laranja.

TABELA 4.4: CARACTERÍSTICAS OPERACIONAIS DA LÂMPADA

<b>Descrição</b>	<b>Valor</b>
Potência [W]	250
Tensão [V]	127
Corrente [A]	1,96 (AC)
Temperatura de cor [K]	2350

FONTE: adaptado de Ourolux (2018).

#### 4.1.3.4. Ventilador

A escolha do ventilador foi baseada em uma velocidade máxima de 10m/s, sendo que o projeto é para operar a 5m/s, ou seja, aproximadamente a 50% da capacidade máxima. Os dados do ventilador utilizado estão na tabela 4.5.

TABELA 4.5: CARACTERÍSTICAS OPERACIONAIS DO VENTILADOR

Descrição	Valor
Potência [W]	10
Tensão [V]	12
Corrente [mA]	833 (DC)
Rotação [rpm]	3100
Vazão de ar [CFM]	138
Dimensões [mm]	120 x 120
Marca/Modelo	SUNON EEC0381B1-000U-A99

FONTE: adaptado de SUNON (2017).

#### 4.1.3.5. Arduino

O Arduino (figura 4.5) é uma plataforma de hardware e software em código aberto, que possui uma enorme versatilidade de operações. A função do Arduino é receber as informações vindas dos sensores e repassar para o controlador e também enviar os sinais de controle para as variáveis manipuladas. O modelo de Arduino selecionado foi o Due, por possuir um microprocessador de 32-bit, possuindo mais memória para armazenamento de informações. As especificações técnicas do Arduino Due estão apresentadas na tabela 4.6.



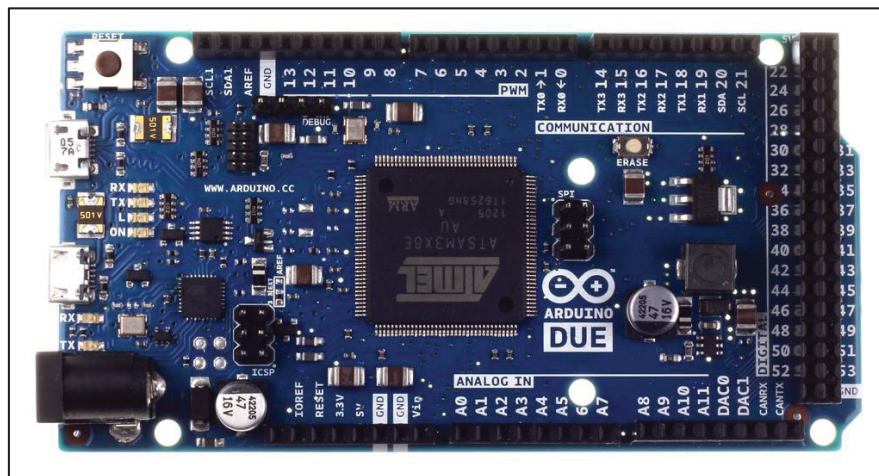


FIGURA 4.5: ARDUINO® DUE

FONTE: Arduino (2019).

TABELA 4.6: CARACTERÍSTICAS OPERACIONAIS DO ARDUINO

Descrição	Valor
Microcontrolador	AT91SAM3X8E
Tensão (V)	3.3
Pinos Digitais (#)	54
Entradas analógicas (#)	12
Velocidade de clock (MHz)	84
Memória (KB)	512

Fonte: adaptado de Arduino (2019)

#### 4.1.3.6. Módulo *Dimmer*

A função deste componente na malha de controle é detectar o *zero-cross* (ponto onde a onda AC passa pelo zero) através de fotoacopladores, enviar este sinal para o microcontrolador e receber a informação do microcontrolador do instante para interromper a onda AC, onde um TRIAC realiza esta função. Estas interrupções

reduzem ou aumentam a frequência da onda, dependendo do tempo enviado ao *dimmer*. Para uma rede elétrica de 60 Hz, o número de *zero-crossings* será o dobro da frequência da rede, pois em um período, a onda passa pelo ponto de tensão nula duas vezes. Portanto:

$$120\text{Hz} = \frac{1}{120\text{s}} = 8.3333\text{ms} \quad (4.1)$$

Ou seja, a cada 8,33 ms, aproximadamente, há um evento de *zero-crossing*. A relação dos tempos de operação do *dimmer* é apresentado na figura 4.6. Ao identificar o *zero-cross*, o TRIAC é ativado após receber o sinal para ligar. Após aguardar um instante qualquer  $t_2$ , suficientemente grande para o TRIAC distinguir os sinais (valores em torno de 15 $\mu\text{s}$ ), o sinal retorna ao valor inicial (zero) e aguarda o próximo sinal para ligar. O tempo  $t_3$  é o dado pela equação 24, tempo de meia onda para uma frequência de 60Hz. A figura 4.7 apresenta o módulo *dimmer* utilizado no circuito eletrônico.

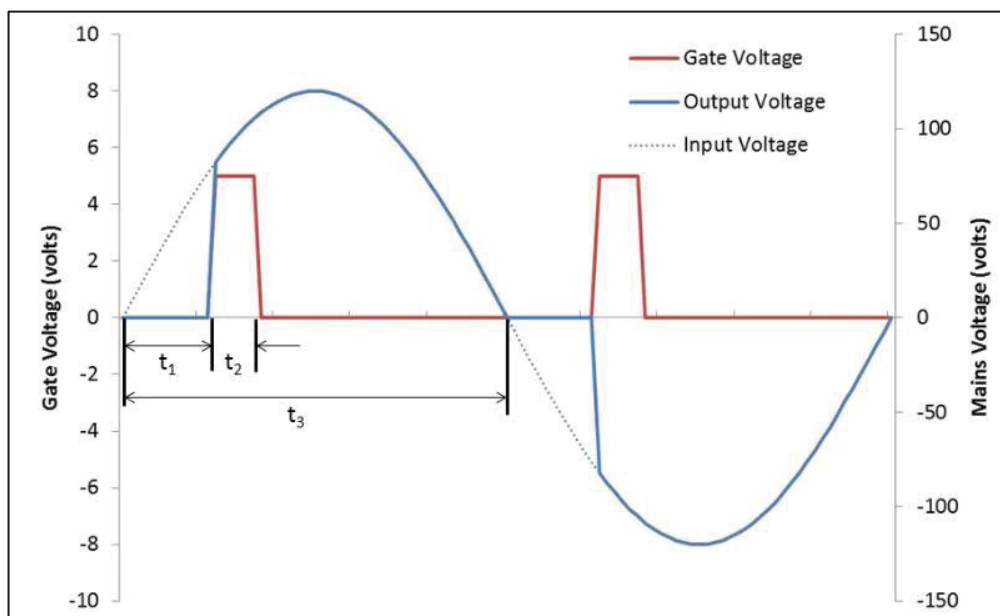


FIGURA 4.6: RELAÇÃO DOS TEMPOS PARA ZERO-CROSSING

FONTE: Kotsopodis (2014).

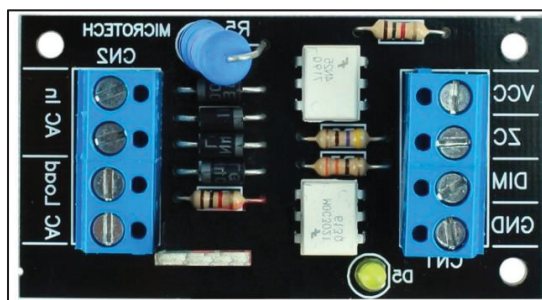


FIGURA 4.7: MÓDULO DIMMER

FONTE: Usina Info (2019).

#### 4.1.3.7. Circuito Elétrico

O circuito utilizado para a interface entre o Arduino®, os sensores e os atuadores são apresentados no anexo B.

#### 4.1.3.8. Controlador

Para aplicação da lei de controle, foi utilizado um *software* de cálculo, onde a interface recebe os dados vindos dos sensores, através de um *script* carregado no Arduino e envia os sinais de saída da lei de controle para o Arduino, que então repassa aos atuadores. Comunicação serial é utilizada para conectar o Arduino com o *software* de cálculo.

#### 4.1.4. Calibrações

##### 4.1.4.1. Sensores

As entradas analógicas do Arduino® Due possuem uma tensão de 3,3V, com uma resolução máxima de 12 *bits*, ou seja,  $2^{12}$  (4096) pontos para leitura. Para o sensor de luminosidade, cada leitura da porta analógica, representa, em mV:

$$lum[mV] = \frac{(lum_{analog}) \times 3,3 \times 1000}{2^{12}} \quad (4.2)$$

onde  $lum_{analog}$  representa o valor da leitura analógica lida pelo Arduino.

Para avaliar a linearidade da relação entre luminosidade e tensão da lâmpada, foi posicionado o LDR em 3 locais diferentes no interior da câmara. A figura 4.8 apresenta os resultados obtidos.

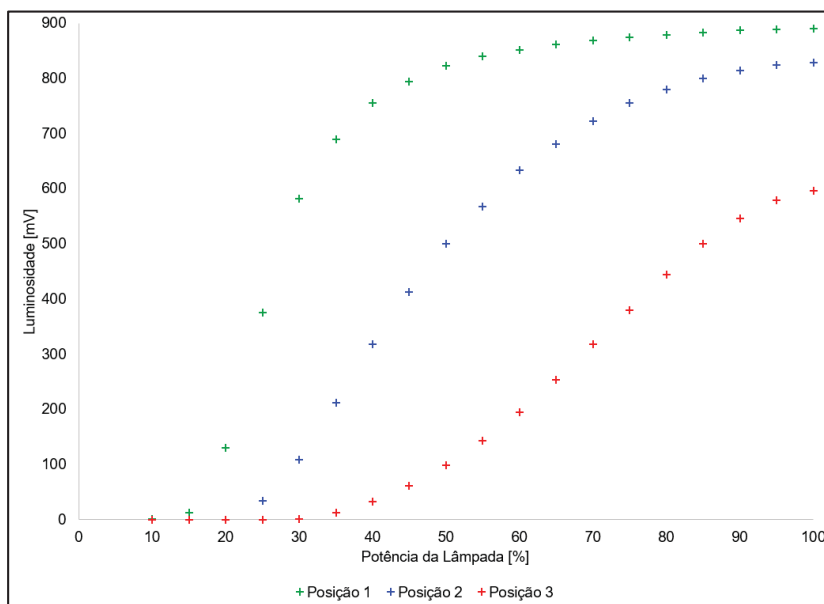


FIGURA 4.8: DADOS EXPERIMENTAIS DA LUMINOSIDADE EM FUNÇÃO DA POTÊNCIA DA LÂMPADA

FONTE: O Autor (2018).

A fim de aumentar a amplitude da faixa de operação da lâmpada, foi avaliada a região linear para a maior amplitude de potência e com variação significativa nos valores de luminosidade. Uma amplitude elevada de potência é necessária para garantir elevação de temperatura no interior da câmara, necessário para observar a dinâmica da temperatura com a variação de tensão da lâmpada. Já a variação de luminosidade é necessária para ser possível identificar o sistema. Variações pequenas, mesmo que em uma região linear (e.g. 60 a 100% de potência, posição 1) pode dificultar a identificação porque o ruído pode ocultar a dinâmica do processo. A partir desta avaliação, foi selecionado a posição 3 para uma faixa de operação entre 40 a 70% de tensão da lâmpada. Entre estes valores, o coeficiente de determinação ( $R^2$ ) foi de 0,9996.

Já para a temperatura, a alimentação do sensor necessita de, no mínimo, 5V. Entretanto a tensão máxima da porta analógica do Arduino é 3,3V, portanto foi necessário implementar um divisor de tensão, conforme mostrado na figura 4.9.

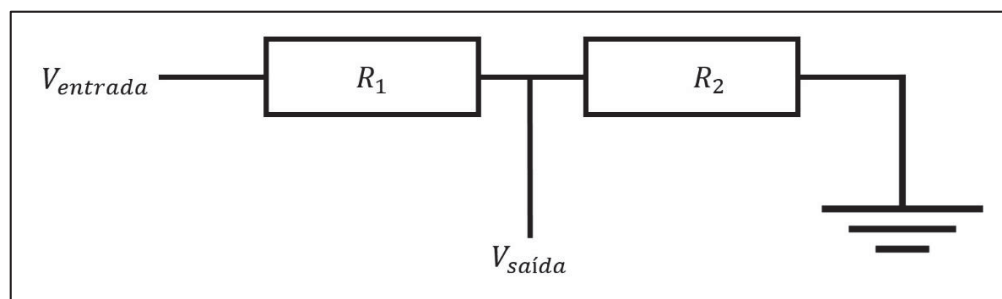


FIGURA 4.9: ESQUEMA REPRESENTATIVO DE UM DIVISOR DE TENSÃO  
FONTE: O Autor (2018).

Baseado na figura 4.9, a equação para a tensão de saída é dada por:

$$V_{saída} = V_{entrada} \left( \frac{R_2}{R_1 + R_2} \right) \quad (4.3)$$

Ao alimentar o sensor com 5V com um divisor de tensão com  $R_1$  de  $560\Omega$  e  $R_2$  de  $1k\Omega$ , pela equação 26 a tensão de saída será de

$$V_{saída} = 5 \left( \frac{1000}{560 + 1000} \right) = 3,21V \quad (4.4)$$

Como a temperatura possui uma relação linear entre tensão e temperatura em graus Celsius ( $10mV/^{\circ}C$ ), a temperatura, em  $^{\circ}C$ , será dada por:

$$temp[^{\circ}C] = \frac{(temp_{analog}) \times 3,21 \times 1000}{10 \times 2^{12}} \quad (4.5)$$

Ao avaliar a emissão de radiação pela lâmpada, a energia emitida é dada pela equação 4.7: (ÇENGEL, GHAJAR, 2012):

$$\dot{Q}_{total} = \varepsilon \phi A_s \Delta T^4 \quad (4.6)$$

Na equação 4.6,  $\varepsilon$  representa a emissividade e  $\Phi$  é a constante de Stefan-Boltzmann. Devido a potência na temperatura, as medidas de temperatura provenientes do LM35 podem possuir características não-lineares. Para reduzir este efeito, o sensor foi revestido com uma película de alumínio, a fim de refletir parte da radiação proveniente da lâmpada.

#### 4.1.4.2. Atuadores

O sinal que o Arduino® envia para os atuadores são através de saídas digitais, com uma resolução de 8 *bits*, ou seja, 256 pontos (0 a 255), utilizando a técnica PWM

(*Pulse Width Modulation*), variando assim a tensão enviada ao circuito de 0 a 3,3V em uma relação linear (0V é representado pelo valor 0 em PWM e 3,3V é representado pelo valor 255 em PWM). Para obter a curva de calibração para o ventilador, foi alterado o valor do sinal enviado pelo Arduino® e feita medidas de tensão no circuito com o auxílio de um osciloscópio. A figura 4.10 apresenta os dados experimentais obtidos.

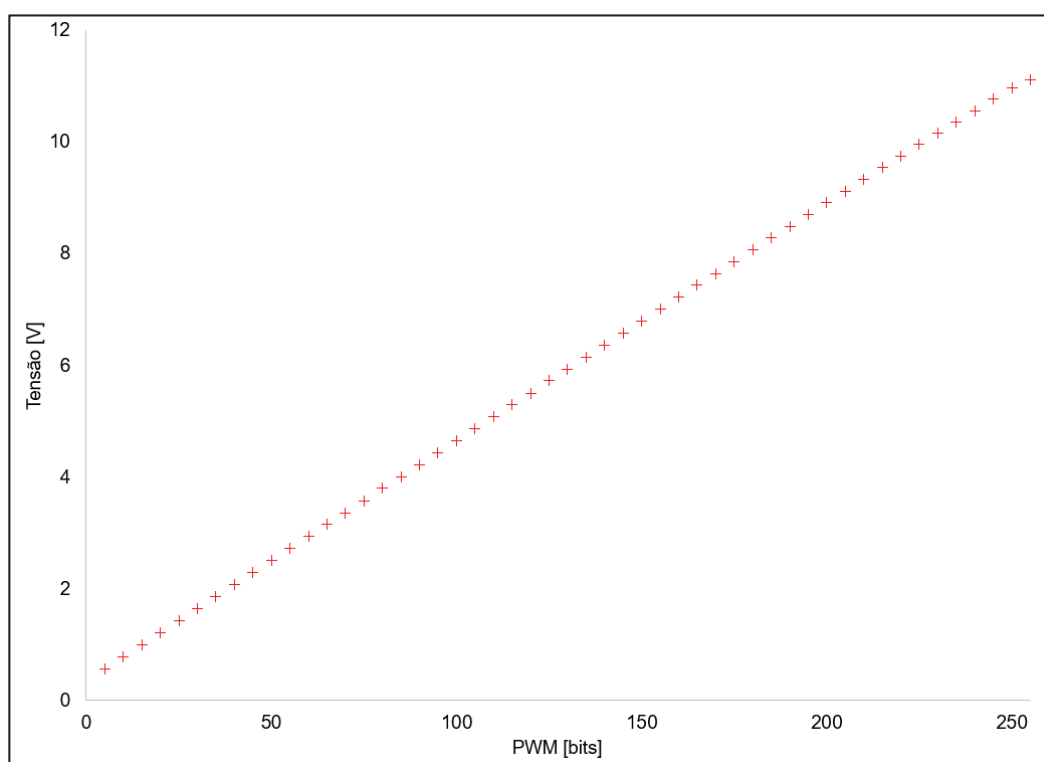


FIGURA 4.10: DADOS EXPERIMENTAIS DE TENSÃO EM FUNÇÃO DO PWM PARA O VENTILADOR

FONTE: O Autor (2018).

A lei de controle para o ventilador irá ter como saída tensão, portanto é necessário obter valores de PWM em função da tensão. Portanto, foi ajustado um polinômio de 1ª ordem. As constantes estão presentes na tabela 4.7.

TABELA 4.7: PARÂMETROS AJUSTADOS PARA CONVERSÃO DA TENSÃO EM SINAIS DIGITAIS DOS ATUADORES

Parâmetro ( $ax + b$ )	
a	b
23,502	-8,9964

FONTE: O Autor (2018).

Para garantir a linearidade da entrada do atuador com o efeito que este irá exercer sobre o sistema, ou seja, linearidade da tensão com a velocidade do ar, foi medida também a velocidade do ar como função da tensão aplicada no ventilador, a fim de obter a região linear de operação. Os dados foram obtidos alterando-se o valor da tensão de alimentação do ventilador e medindo a velocidade com um anemômetro na saída do ventilador. Os dados experimentais estão presentes na figura 19. Pode-se observar que a região de operação é praticamente toda a faixa de tensão do ventilador, sendo que o ajuste linear resultou em 0,9978.

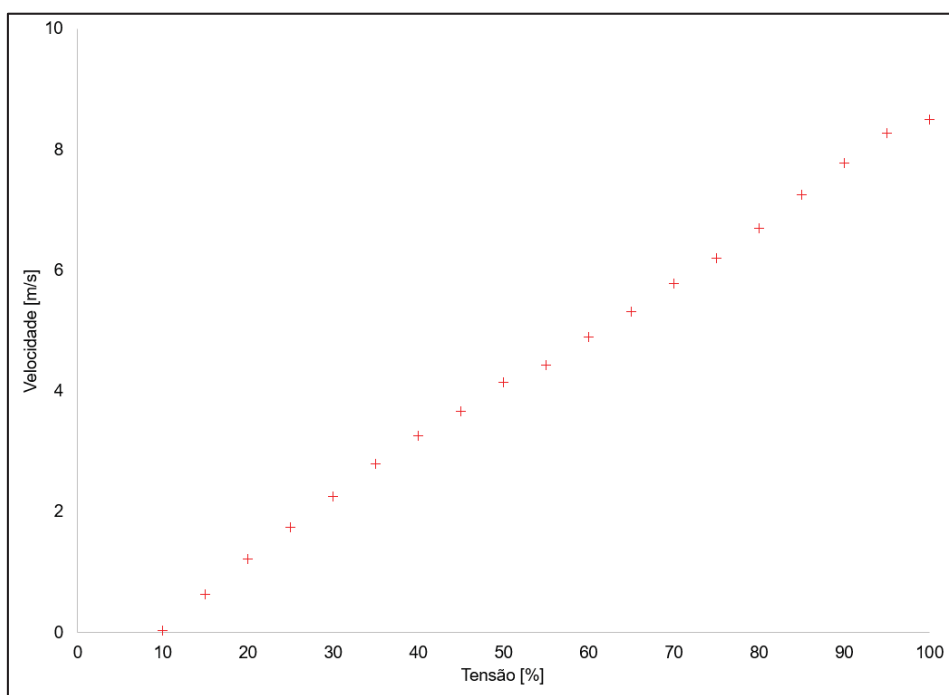


FIGURA 4.11: RELAÇÃO ENTRE TENSÃO APLICADA NO VENTILADOR E VELOCIDADE DO AR  
FONTE: O Autor (2018).



Já para a lâmpada, a conversão é diferente, sendo que o PWM deve interromper a onda da rede elétrica de 60Hz, portanto a curva de calibração não foi baseada no valor do PWM, mas sim no tempo de atraso para a interrupção da onda, sendo que os valores de entrada foram tempos de 0 a 8,333ms. Para obtenção dos dados, foi alterado o tempo de atraso enviado ao *dimmer* e obtido dados da tensão do sistema, com o auxílio de um osciloscópio. A figura 4.12 apresenta os dados obtidos.

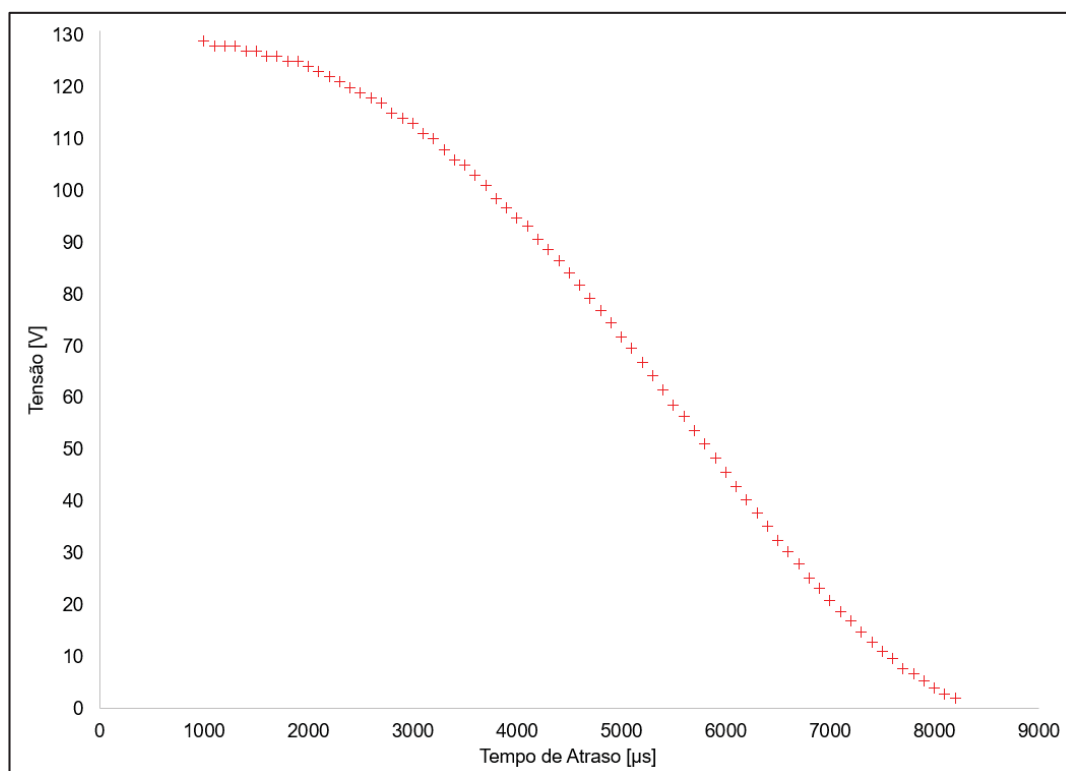


FIGURA 4.12: TENSÃO EM FUNÇÃO DO TEMPO DE ATRASO

FONTE: O Autor (2018).

Os pontos experimentais são representados pela tensão eficaz aplicado à carga resistiva. As equação 4.6 apresenta a tensão eficaz aplicada à carga resistiva (AHMED, 2000):

$$V_{o_{ef}} = V_i \sqrt{\frac{1}{2} - \frac{\varphi}{2\pi} + \frac{\sin(2\varphi)}{4\pi}} \quad (4.7)$$

Na equação 4.7,  $\varphi$  representa o ângulo de disparo,  $V_i$  é a tensão RMS (*root mean square*) da rede, ou  $V_i = V_{pk} \sqrt{2}$ , onde  $V_{pk}$  é a tensão de pico, em média 127V para uma fase. A saída do controlador da lâmpada deve ser o próprio ângulo de disparo, entretanto não é possível rearranjar a equação 4.7 deixando-a em função da tensão efetiva. Para contornar este problema, a equação foi resolvida para intervalos pequenos de tensão efetiva, utilizando-se de um método iterativo para obter o ângulo de disparo, gerando dados de tensão em função valor do ângulo de disparo. Assim, pode-se ter como *output* da lei de controle o ângulo de disparo, em milissegundos.

Para do método de cálculo da tensão efetiva em função do ângulo de disparo, foi enviado um valor de ângulo de disparo de 4,2 ms ao sistema, visualizando a onda com auxílio de um osciloscópio KeySight DSO1072B com uma ponta de prova de 150MHz. Na figura 4.13, pode-se observar a onda AC interrompida, com um ângulo de disparo de 4,2ms, resultando em uma tensão efetiva de 93,8V. O valor obtido do ângulo de disparo em função da tensão efetiva, obtida através da resolução da equação 4.7, foi de 4,17 ms, utilizando uma tensão de pico de 131V (tensão da rede no momento da medição). A diferença entre a tensão medida e calculada pode ser originária de oscilações na tensão da rede e incertezas presentes nas medições experimentais.

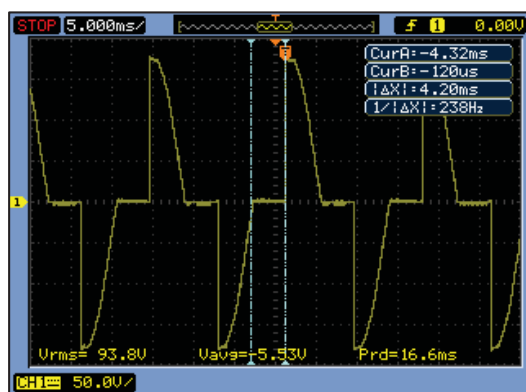


FIGURA 4.13: ONDA AC NA SAÍDA DO DIMMER

FONTE: O Autor (2018)

A partir das informações presentes nas figuras 4.12 e 4.13, define-se a faixa de operação de tensão da lâmpada entre 40% (50,8V ou 5760  $\mu$ s) e 70% (88,9V ou 4200  $\mu$ s).

#### 4.1.5. Módulo Experimental

As figuras 4.14 e 4.15 apresentam o módulo experimental finalizado e uma visão detalhada do posicionamento dos sensores, respectivamente. O sensor de luminosidade foi posicionado conforme análise realizada em 4.1.4.1, já o de temperatura está fixado na parede, em uma região onde há grande turbulência de ar, conforme análise CFD, para homogeneização da temperatura.



FIGURA 4.14: MÓDULO EXPERIMENTAL

FONTE: O Autor (2018).

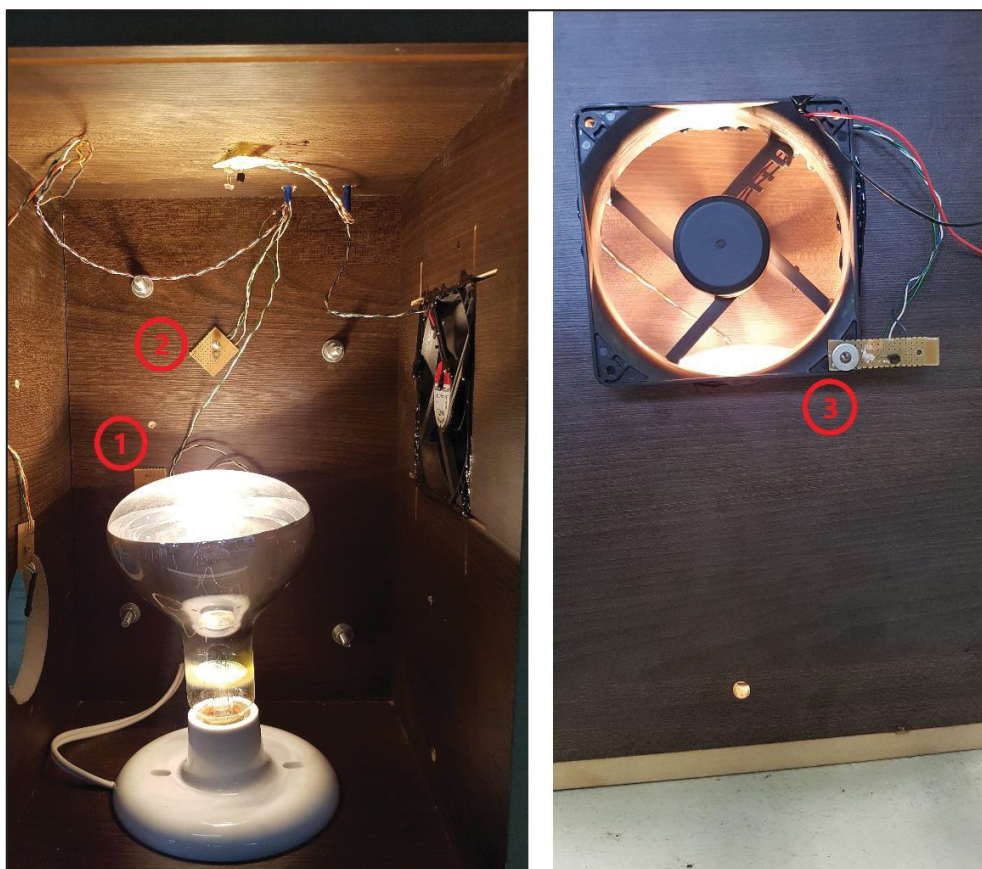


FIGURA 4.15: POSICIONAMENTO DOS SENSORES. 1: sensor de luminosidade. 2: sensor de temperatura. 3: sensor de temperatura externa.  
FONTE: O autor (2018).

## 4.2. Amostragem

Baseado em simulações iniciais, foi observado que o sensor de luminosidade possui uma sensibilidade muito elevada, comparado ao sensor de temperatura. Testes preliminares sugeriram uma constante de tempo para a temperatura na ordem de 150s, enquanto para a luminosidade o valor encontra-se próximo a 2s, sendo esta última constante de tempo dominante.

De acordo com a diretriz proposta por Åström e Wittenmark (1997), o tempo de amostragem deveria ser, no máximo, da ordem de 0,1s. Entretanto, devido a

quantidade de informações transferidas pelo serial entre Arduino® e Simulink®, testes mostraram que o tempo mínimo estava limitado a 0,5s. A dinâmica do LDR é praticamente instantânea, apresentando uma latência inferior a 5ms. Para ser possível assimilar a dinâmica de forma adequada da luminosidade, foi adicionado um RC (resistor-capacitor) ao circuito do LDR, sendo possível assim aumentar o tempo de resposta do LDR. O valor do RC resulta na própria constante de tempo para um sistema de primeira ordem (ALEXANDER; SADIKU, 2009). Como a dinâmica do LDR é praticamente instantânea, foi utilizado um capacitor de 1mF juntamente com um potenciômetro a fim de ajustar o tempo de resposta, obtendo uma constante de tempo adequada para que a amostragem de 0,5s fosse suficiente para observar a dinâmica do processo. Ao considerar a latência do sensor LDR em série com o RC, há origem de uma resposta de 2ª ordem para a luminosidade.

Todos os resultados apresentados utilizarão a unidade de tempo inteira (1 unidade de tempo de simulação), mas cada unidade de tempo de simulação equivale a 0,5 segundos de tempo real.

### **4.3. Filtro Digital**

A fim de reduzir os ruídos presentes nas leituras de temperatura e luminosidade, foram implementados filtros exponenciais para tratamento dos dados. Para estimação do peso dos filtros, foram coletados dados em estado estacionário tanto de temperatura e luminosidade, sem filtro. Foram aplicados diferentes pesos de filtro e, através do teste de hipóteses de Fischer, foi avaliado o limite máximo de filtro para os conjuntos de dados manterem as mesmas características (média e variância), sendo assim estatisticamente conjuntos idênticos. A partir desta análise, o peso do filtro para luminosidade foi de 0,7 e para temperatura 0,3. Estes resultados estão coerentes porque a dinâmica da temperatura é muito mais lenta do que a luminosidade, portanto um filtro mais pesado não irá afetar a dinâmica do processo de forma significativa.

Testes preliminares com medições de luminosidade apresentaram a presença de ruído colorido, ou seja, os desvios não são constantes em relação ao tempo. A luminosidade possui um nível de ruído mais elevado para valores baixos de potência aplicada à lâmpada (em torno de 40%), sendo que este nível reduz para valores próximos a 100% da potência. A tabela 4.8 apresenta os dados de luminosidade obtidos a 40% e 100% de tensão da lâmpada, para comparação. A amostragem utilizada foi de 50  $\mu$ s, obtidos diretamente do Arduino®, sem nenhum tratamento dos dados. O tempo de coleta de dados foi de 15 segundos, totalizando 300.000 medições. A figura 4.16 apresenta o histograma de frequência dos valores de luminosidade, para diferentes potências aplicadas à lâmpada.

TABELA 4.8: COMPARATIVO DAS LEITURAS DE LUMINOSIDADE PARA TENSÕES NA LÂMPADA DE 40 E 127V

Parâmetro	Valor	
	40%	100%
Média (bits)	423	808
Desvio padrão (bits)	4,69	3,57
Coeficiente de variação	1,17	0,41

FONTE: O Autor (2018).

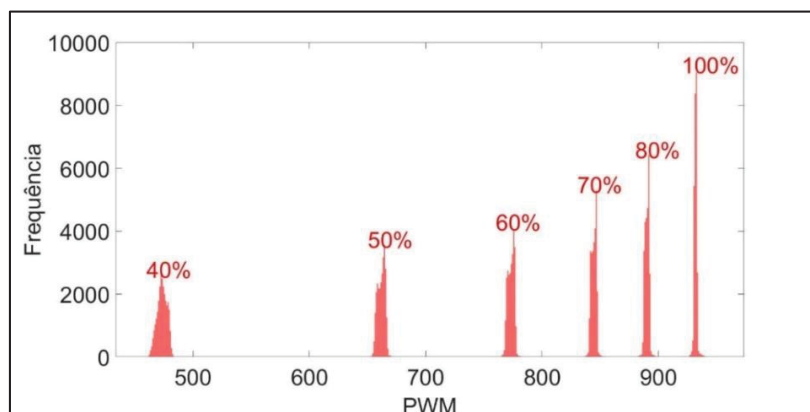


FIGURA 4.16: HISTOGRAMA DA LUMINOSIDADE PARA DIFERENTES VALORES DE TENSÃO DA LÂMPADA

FONTE: O Autor (2018).

Apesar do desvio padrão não possuir uma diferença significativa, o valor do coeficiente de variação ( $\frac{\sigma}{x}$ ) da luminosidade com a lâmpada a 40% foi aproximadamente 3 vezes maior do que com a lâmpada a 100% de sua potência. O histograma confirma essa avaliação, onde há uma maior frequência de medidas em torno da média para potências maiores, resultando em uma característica dinâmica para o ruído. Como a lâmpada opera com AC, há um evento de liga/desliga da lâmpada a cada 8,33ms (meia onda de 60Hz). Ao operar na potência máxima da lâmpada, este instante de inatividade da lâmpada não é suficiente para esfriar o filamento, portanto a luminosidade é pouco afetada. Para valores baixos de tensão (próximos a 40%), a lâmpada fica desligada por tempos de até 5ms, suficiente para o filamento dissipar o calor e reduzir seu brilho. Para reduzir este efeito, antes da aplicação do filtro exponencial, são feitas 500 leituras de luminosidade em 0,5 segundos (1 leitura a cada 2ms), e calculada sua média, atenuando este efeito de dinâmica do ruído da lâmpada.

#### 4.4. Modelos Contínuos e Discretos

Modelos contínuos no tempo são definidos em todos os instantes de tempo, oposto aos modelos discretos, onde as medidas são feitas em instantes de tempo definidos. O limite da amostragem tendendo a zero de um modelo discreto dá origem ao modelo contínuo (SEBORG et al., 2004).

Ao trabalhar com modelos contínuos, a facilidade é a manipulação das equações no domínio de Laplace, onde há um sistema algébrico de equações. Ao realizar a transformada inversa de Laplace, obtém-se o modelo contínuo no domínio do tempo. A vantagem do domínio de Laplace é mais relevante para modelos fracionários, onde a derivada fracionária, no domínio de Laplace, é representada por um expoente real em  $s$ . A transformada de Laplace da equação diferencial fracionária (equação 4.8) é apresentada na equação 4.9.

$$\tau_p \frac{d^\alpha y(t)}{dt^\alpha} + y(t) = K_p u(t) \quad (4.8)$$

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{K_p}{\tau_p s^\alpha + 1} \quad (4.9)$$

Adicionalmente, a transformada inversa de Laplace é bem definida, sendo que para sistemas discretos surgem complicações adicionais, especialmente para modelos complexos, como por exemplo modelos MIMO (CAMARGO; OLIVEIRA, 2015. CAPONETTO et al., 2010).

Para tanto, a identificação do sistema será realizada utilizando modelos em Laplace, sendo que a inversa será calculada analiticamente quando possível. Para modelos que não possuem a transformada inversa analítica, será realizada a inversão numérica de Laplace.

O controlador, entretanto, precisa estar na sua forma discreta para ser implementado. Serão utilizados controladores PI em malha *feedback*. A equação 4.10 apresenta sua equação discretizada, na forma posição.

$$u_k = K_C e_k + K_I \sum_{j=1}^k e_j \quad (4.10)$$

#### 4.5. Método Numérico para Inversa de Laplace

Há casos em que os modelos em Laplace não possuem inversa analítica. Nestes casos, há métodos numéricos para calcular a inversa com resultados muito precisos (LI et al., 2017).

Há diversos métodos para calcular a inversa numérica de Laplace. Os três métodos clássicos foram os desenvolvidos por Zakian (1969), Crump (1976) e Talbot (1979). Abate et al. (1999) propôs uma modificação no método de Crump, baseado na



expansão da série de Fourier, onde os autores adicionaram o somatório de Euler para acelerar a convergência. Abate e Whitt (2006) investigaram os métodos mencionados, onde o método proposto por Abate et al. (1999) e de Talbot obtiveram os melhores resultados em termos de precisão e tempo de processamento (68ms e 47ms, respectivamente para um mesmo computador) para obter a função  $e^t \operatorname{erfc}(\sqrt{t})$  a partir da equação no domínio de Laplace. Abaixo está apresentada a equação do método baseado na expansão da série de Fourier com a soma de Euler (ABATE; WHITT, 2006).

$$f_e(t, Q) = \frac{10^{Q/3}}{t} \sum_{k=0}^{2Q} (-1)^k \xi_k \operatorname{Re} \left( \hat{f} \left( \frac{\frac{Q \ln(10)}{3} + \pi i k}{t} \right) \right)$$

$$\xi_{2Q-k} = \xi_{2Q-k+1} + 2^{-H} \left( \frac{Q}{k} \right), \quad 0 < k < Q \quad (4.11)$$

$$\xi_0 = \frac{1}{2}$$

$$\xi_{2Q} = \frac{1}{2^Q}$$

A inversão numérica pelo método de Talbot (equação 4.12) é baseada em deformar o contorno da inversa integral de Bromwich (ABATE; WHITT, 2006).

$$f_t(t, Q) = \frac{2}{5t} \sum_{k=0}^{Q-1} \operatorname{Re} \left( \gamma_k \hat{f} \left( \frac{\delta_k}{t} \right) \right)$$

$$\delta_0 = \frac{2Q}{5} \quad \delta_k = \frac{2k\pi}{5} \left[ \cot \left( \frac{k\pi}{Q} + i \right) \right] \quad (4.12)$$

$$\gamma_0 = \frac{1}{2} e^{\delta_0} \quad \gamma_k = 1 + i \left( \frac{k\pi}{Q} \right) \left( 1 + \cot^2 \left( \frac{k\pi}{Q} \right) \right) - i \cot \left( \frac{k\pi}{Q} \right) e^{\delta_k}$$

Em ambos os métodos, a constante  $Q$  é utilizada para definir a precisão. Para equações com respostas oscilatórias, um valor elevado de  $Q$  pode causar respostas indesejadas. Uma boa estimativa inicial é 64 (ABATE; WHITT, 2006).

#### 4.6. Estimação Paramétrica

O primeiro passo para realizar a estimação paramétrica foi definir os modelos utilizados para representar o sistema. A partir da definição dos modelos, é preciso definir o método de otimização para minimização dos resíduos da estimação dos parâmetros. A função objetivo é apresentada pela equação 4.13.  $\Psi$  representa o vetor de parâmetros presentes no modelo.

$$FOBJ = \sum_{i=1}^{NE} \left[ y_{\text{exp}}(i) - y_{\text{calc}}(i, \Psi) \right]^2 \quad (4.13)$$

O método de otimização utilizado foi o método de Nelder-Mead “simplex” modificado (LAGARIAS et al., 1998). O método minimiza o valor das derivadas de FOBJ em relação a cada parâmetro do vetor  $\Psi$ . Por ser um método iterativo, todos parâmetros do modelo precisam ser estimados simultaneamente. É importante boas estimativas iniciais a fim do método convergir para o mínimo global da função objetivo.

#### 4.7. Tratamento estatístico

A análise estatística foi baseada em Schwaab e Pinto (2007).

A partir do vetor dos parâmetros ajustados  $\Psi = [\Psi(1) \ \Psi(2) \ \dots \ \Psi(NP)]$  ( $NP$  representa o número de parâmetros) e supondo que as variáveis independentes não

contêm erros e os erros experimentais são originados nas medições das variáveis dependentes apenas, a matriz Hessiana e  $\mathbf{G}_y$  são definidas por:

$$\mathbf{H} = \frac{\partial \left[ \nabla_{\Psi} FOBJ(\mathbf{y}_{\text{exp}}, \mathbf{t}_{\text{exp}}, \Psi) \right]}{\partial \Psi} \quad (4.14)$$

$$\mathbf{G}_y = \frac{\partial \left( \nabla_{\Psi} FOBJ(\mathbf{y}_{\text{exp}}, \mathbf{t}_{\text{exp}}, \Psi) \right)}{\partial \mathbf{y}_{\text{exp}}} \quad (4.15)$$

A matriz de variância paramétrica é calculada pela equação 42.

$$\mathbf{V}_{\Psi} = \mathbf{H}^{-1} \mathbf{G}_y \mathbf{V}_y \mathbf{G}_y^T (\mathbf{H}^{-1})^T \quad (4.16)$$

A matriz  $\mathbf{V}_y$  é a matriz das variâncias experimentais:

$$\mathbf{V}_y = \begin{bmatrix} \sigma_{y_{\text{exp},1}}^2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \sigma_{y_{\text{exp},2}}^2 & 0 & 0 \\ \vdots & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sigma_{y_{\text{exp},NE}}^2 \end{bmatrix} \quad (4.17)$$

A matriz  $\mathbf{V}_y$  pode ser obtida repetindo-se os experimentos e calculando as variâncias para cada ponto experimental. Caso este dado não esteja disponível, é possível estimar a variância, considerando-a igual para todas as medidas experimentais das variáveis dependentes:

$$\sigma_{y,est}^2 = \frac{\sum_{i=1}^{NE} [\mathbf{y}_{\text{exp}}(i) - \mathbf{y}_{\text{calc}}(i, \Psi)]^2}{NE - NP} = \frac{FOBJ}{NE - NP} \quad (4.18)$$

Através da equação 4.18, é possível estimar a variância a partir do resíduo da função objetivo da estimativa dos parâmetros.

Finalmente, o parâmetro estimado, associado a sua incerteza, é dado por:

$$\Psi = \bar{\Psi} \pm S_t S_\Psi \quad (4.19)$$

O parâmetro  $S_t$  na equação 4.19 é dado pela inversa da função de probabilidade acumulada a partir da distribuição de Student, definido a partir da probabilidade e do grau de liberdade do sistema. A equação abaixo descreve a função de densidade de probabilidade para a distribuição de Student. Os cálculos foram desenvolvidos considerando uma probabilidade de 95% para o intervalo de confiança.

$$p_{St} = F(t | \nu) = \int_{-\infty}^t \frac{\Gamma\left(\frac{\nu+1}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{\nu}{2}\right)} \frac{1}{\sqrt{\nu\pi}} \frac{1}{\left(1 + \frac{x^2}{\nu}\right)^{\frac{\nu+1}{2}}} dx \quad (4.20)$$

A matriz  $S_\Psi$  é a matriz de covariância paramétrica, apresentada abaixo:

$$S_\Psi = \sqrt{V_\Psi} \quad (4.21)$$

Um dado de fundamental importância na análise da qualidade da estimação paramétrica é a correlação entre os parâmetros:

$$C_\Psi = \begin{bmatrix} r_{\psi_1, \psi_1} & r_{\psi_1, \psi_2} & \cdots & r_{\psi_1, \psi_{NP}} \\ r_{\psi_2, \psi_1} & r_{\psi_2, \psi_2} & \cdots & r_{\psi_2, \psi_{NP}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r_{\psi_{NP}, \psi_1} & r_{\psi_{NP}, \psi_2} & \cdots & r_{\psi_{NP}, \psi_{NP}} \end{bmatrix} \quad (4.22)$$

$$r_{\psi_i, \psi_j} = \frac{\sigma_{\psi_i, \psi_j}^2}{\sigma_{\psi_i} \sigma_{\psi_j}} \quad -1 \leq r_{\psi_i, \psi_j} \leq 1 \quad (4.23)$$

A correlação paramétrica exhibe a influência de um parâmetro em outro, podendo ser classificada como (SCHWAAB; PINTO, 2007):

- $|r| \leq 0,6$ : Baixa correlação;
- $0,6 < |r| < 0,9$ : Correlação mediana;
- $|r| \geq 0,9$ : Alta correlação.

Quanto mais baixo o valor da correlação paramétrica, mais independente são os parâmetros estimados, gerando modelos mais fiéis. Correlações elevadas entre dois parâmetros podem sugerir que um dos parâmetros pode ser omitido do modelo, sendo que o outro parâmetro irá compensar sua falta. Entretanto, correlações acima de 0,9 muitas vezes são difíceis de serem evitadas para modelos que possuem não-linearidades em relação aos parâmetros, tornando a elevada correlação intrínseca ao problema de estimação dos parâmetros (SCHWAAB; PINTO, 2007).

A fim de avaliar a região de confiança entre os parâmetros do modelo, é possível obter a região a partir do cálculo da função objetivo no entorno do valor médio dos parâmetros estimados, considerando modelos não-lineares, como apresentado pela equação abaixo (BOX; HUNTER, 1962. SCHWAAB; PINTO, 2007):

$$FOBJ(\boldsymbol{\Psi}) \leq FOBJ(\hat{\boldsymbol{\Psi}}) \left( 1 + \frac{NP}{NE - NP} \mathbb{F}_{NP, NE-NP}^{\kappa} \right) \quad (4.24)$$

O valor de  $FOBJ(\hat{\boldsymbol{\Psi}})$  é o obtido durante o procedimento de otimização para estimação paramétrica e  $\mathbb{F}_{NP, NE-NP}^{\sigma}$  é o valor da distribuição de Fisher para um nível de confiança  $\sigma$  com graus de liberdade iguais a NP e NE-NP. Ao resolver a equação 4.24

para valores paramétricos em torno dos valores obtidos através do procedimento de otimização, são possíveis de observar os seguintes resultados:

- Modelo linear: caso não haja correlação paramétrica, é obtido um círculo para um modelo com 2 parâmetros e uma esfera para 3 parâmetros. Se houver correlação, as figuras para 2 e 3 parâmetros serão elipses e elipsoides, respectivamente;
- Modelo não-linear: as figuras geométricas podem ser similares às descritas no item anterior, mas não necessariamente, dependendo do grau de não-linearidade dos modelos.

Para obter a região de confiança paramétrica para todos os pontos experimentais, é preciso definir a matriz de sensibilidade **B**:

$$\mathbf{B} = \frac{\partial \mathbf{y}_{\text{calc}}}{\partial \boldsymbol{\Psi}} \quad (4.25)$$

A variância do modelo é expressa como:

$$\hat{\mathbf{V}}_{\text{mod}} = \mathbf{B} \mathbf{V}_{\boldsymbol{\Psi}} \mathbf{B}^T + \mathbf{V}_y \quad (4.26)$$

Finalmente, o intervalo de confiança para um valor da variável dependente, calculada pelo modelo, para cada posição  $i$ , será:

$$\mathbf{y}_{\text{calc}}(\mathbf{i}, \boldsymbol{\Psi}) - S_t \sigma_{m_i}(i) \leq \mathbf{y}_{\text{calc}}(\mathbf{i}, \boldsymbol{\Psi}) \leq \mathbf{y}_{\text{calc}}(\mathbf{i}, \boldsymbol{\Psi}) + S_t \sigma_{m_i}(i) \quad (4.27)$$

Na equação 4.27,  $\sigma_{m_i} = \sqrt{\hat{\mathbf{V}}}$ .

A qualidade do ajuste pode ser avaliada também através da correlação entre o modelo e os dados experimentais:

$$R = \frac{\sum_{i=1}^{NE} \left\{ \left[ \mathbf{y}_{\text{exp}}(i) - \sum_{i=1}^{NE} \frac{\mathbf{y}_{\text{exp}}(i)}{NE} \right] \left[ \mathbf{y}_{\text{calc}}(\Psi, i) - \sum_{i=1}^{NE} \frac{\mathbf{y}_{\text{calc}}(i, \Psi)}{NE} \right] \right\}}{\sqrt{\sum_{i=1}^{NE} \left[ \mathbf{y}_{\text{exp}}(i) - \sum_{i=1}^{NE} \frac{\mathbf{y}_{\text{exp}}(i)}{NE} \right]^2 \sum_{i=1}^{NE} \left[ \mathbf{y}_{\text{calc}}(\Psi, i) - \sum_{i=1}^{NE} \frac{\mathbf{y}_{\text{calc}}(i, \Psi)}{NE} \right]^2}} \quad (4.28)$$

Correlações superiores a 0,9 representam um bom ajuste do modelo (SCHAWAAB; PINTO, 2007).

Para avaliar a qualidade entre o modelo de ordem inteira e fracionária, foi selecionado o teste simétrico de Williams-Kloot, onde a hipótese nula é de que os dois modelos com diferentes número de parâmetros são capazes de prever os valores experimentais (HIMMELBLAU, 1970). O teste é baseado em encontrar o coeficiente angular da reta  $b$  que passa pela origem para a equação:

$$Z_{WK} \equiv \left[ \mathbf{y}_{\text{exp}} - \frac{1}{2}(\mathbf{y}_{\text{calc},1} + \mathbf{y}_{\text{calc},2}) \right] = b(\mathbf{y}_{\text{calc},2} - \mathbf{y}_{\text{calc},1}) \quad (4.29)$$

Ao ajustar uma equação da reta para os pontos, é obtido o valor do coeficiente angular. Caso o valor de  $b$  seja aproximadamente -0,5, a hipótese do modelo 1 ser o melhor é verdadeira. Valores negativos altos indicam um que o modelo 1 é melhor do que o modelo 2. A análise pode ser feita de forma similar para um valor de  $b$  igual a 0,5, indicando que o modelo 2 é o correto. Caso  $b$  for próximo a zero, não é possível definir qual dos dois modelos é o melhor (HIMMELBLAU, 1970).

Quando foi possível obter o modelo no domínio do tempo, as matrizes  $\mathbf{H}$ ,  $\mathbf{G}_Y$  e  $\mathbf{B}$  foram calculadas de forma analítica. Quando a inversa de Laplace foi calculada numericamente, as matrizes mencionadas foram obtidas através do método das diferenças finitas, apresentado pelas equações 4.30 e 4.31 para derivada de primeira e segunda ordem, respectivamente. O passo  $h$  deve ser definido a partir do nível de precisão necessário na aproximação.

$$\frac{df(t)}{dt} \approx \frac{f(t+h) - f(t-h)}{2h} \quad (4.30)$$

$$\frac{d^2 f(t)}{dt^2} \approx \frac{f(t+h) - 2f(t) + f(t-h)}{h^2} \quad (4.31)$$



## 5. RESULTADOS

Neste capítulo apresentam-se os resultados obtidos. Para uma melhor clareza do procedimento de obtenção dos resultados, está detalhado na figura 5.1 o fluxograma das etapas realizadas. Inicialmente foi feita a validação dos métodos numéricos utilizados. Após validação, foi realizada a identificação do sistema em malha aberta e pareamento das variáveis. A partir destes resultados, foram considerados 2 sistemas SISO independentes e feita a identificação em malha fechada. Com os dados obtidos da identificação em malha fechada, foi realizado o procedimento de identificação MIMO em malha fechada. O detalhamento de cada etapa presente no fluxograma da figura 5.1 está apresentado juntamente dos resultados obtidos.

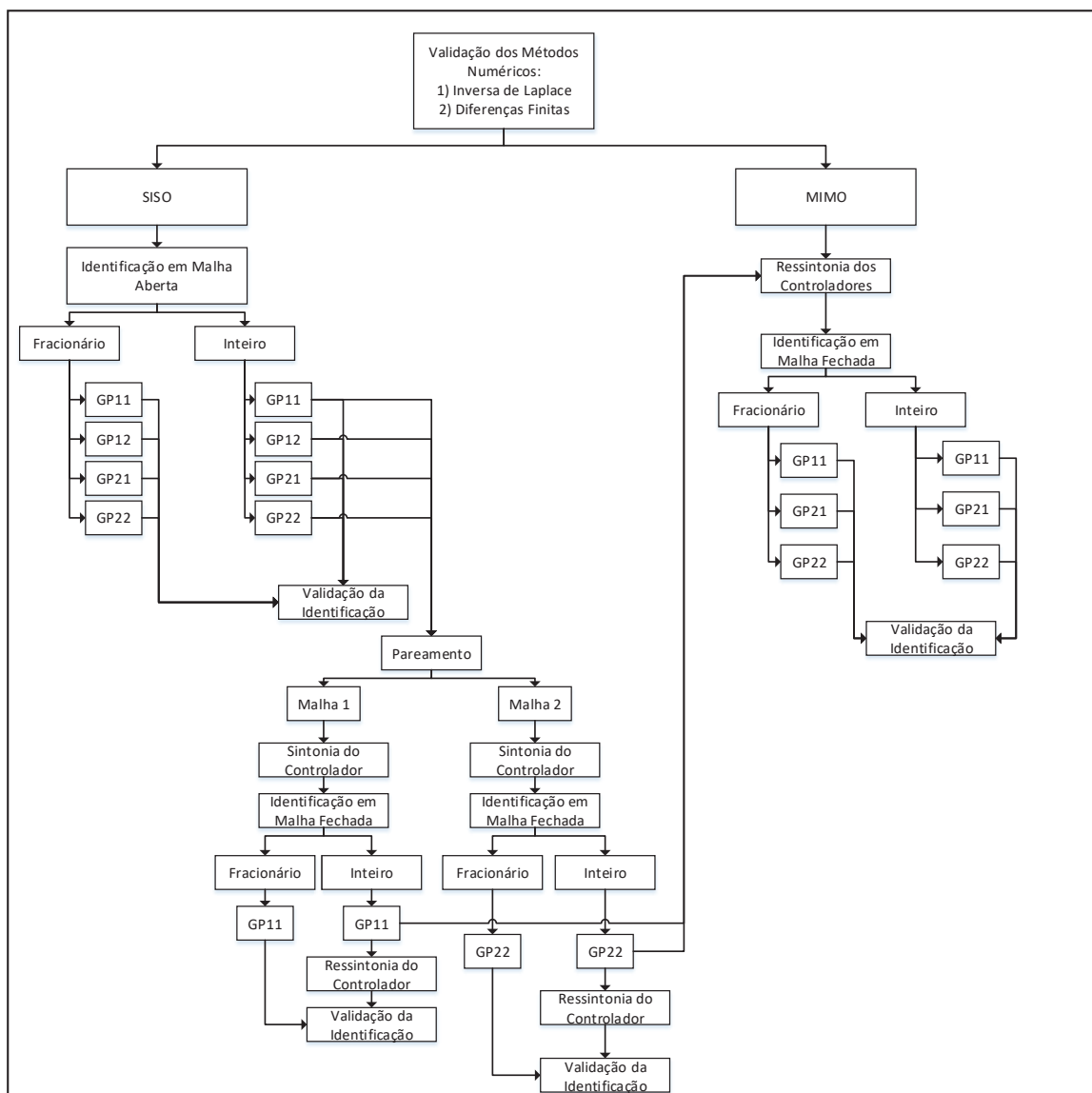


FIGURA 5.1: FLUXOGRAMA DO PROCEDIMENTO DE IDENTIFICAÇÃO.  
FONTE: O Autor (2018).

## 5.1. Validação dos Métodos Numéricos

### 5.1.1. Transformada Inversa Numérica de Laplace

Inicialmente, é preciso validar o método numérico selecionado para a transformada inversa de Laplace. Os métodos selecionados para validação foram o de baseado na expansão da série de Fourier com adição do somatório de Euler (Método de Euler) e o método de Talbot. Abaixo são apresentados os comparativos para respostas a degrau unitário para processo de primeira ordem com controlador PI em malha *feedback* e para um processo de segunda ordem fracionária, ambas com respostas analíticas definidas no tempo.

- **Problema 1: resposta a um degrau unitário para processo de 1ª ordem com controlador PI em malha *feedback***

As equações 5.1 a 5.3 definem o sistema no domínio de Laplace.

$$G_p(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{K_p}{\tau_p s + 1} \quad (5.1)$$

$$G_c(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = K_c + \frac{K_I}{s} \quad (5.2)$$

$$Y(s) = \frac{K_p(K_c + K_I)e^{-\theta s}}{K_p(K_c + K_I)e^{-\theta s} + \tau_p s(s+1)} \left( \frac{1}{s} \right) \quad (5.3)$$

A transformada de Laplace inversa analítica é:

$$\begin{aligned}
y(t) = & \left\{ \frac{K_C}{K_I} \left[ \frac{1}{\tau \sqrt{1-\xi^2}} e^{\frac{-\xi t}{\tau_P}} \sin \left( \frac{\sqrt{1-\xi^2} t}{\tau_P} \right) \right] \right\} + \\
& \left\{ 1 - \frac{1}{\sqrt{1-\xi^2}} e^{\frac{-\xi t}{\tau_P}} \sin \left[ \frac{\sqrt{1-\xi^2} t}{\tau} + \tan^{-1} \left( \frac{\sqrt{1-\xi^2}}{\xi} \right) \right] \right\} \quad (5.4) \\
\xi = & \frac{1}{2} \left( \frac{K_P K_C + 1}{K_P K_I} \right) \sqrt{\frac{K_P K_I}{\tau_P}} \\
\tau = & \sqrt{\frac{\tau_P}{K_P K_I}}
\end{aligned}$$

A tabela 5.1 apresenta os parâmetros utilizados para a resolução das equações e a figura 5.2 apresenta os resultados e os resíduos obtidos. Os parâmetros utilizados foram escolhidos arbitrariamente.

TABELA 5.1: PARÂMETROS UTILIZADOS PARA RESOLUÇÃO DO DEGRAU UNITÁRIO A PROCESSO DE 1ª ORDEM COM CONTROLADOR PI EM MALHA FEEDBACK

Parâmetro	Valor
$K_P$	0,5
$\tau_P$	230
$K_C$	5
$K_I$	0,3

FONTE: O Autor (2018).

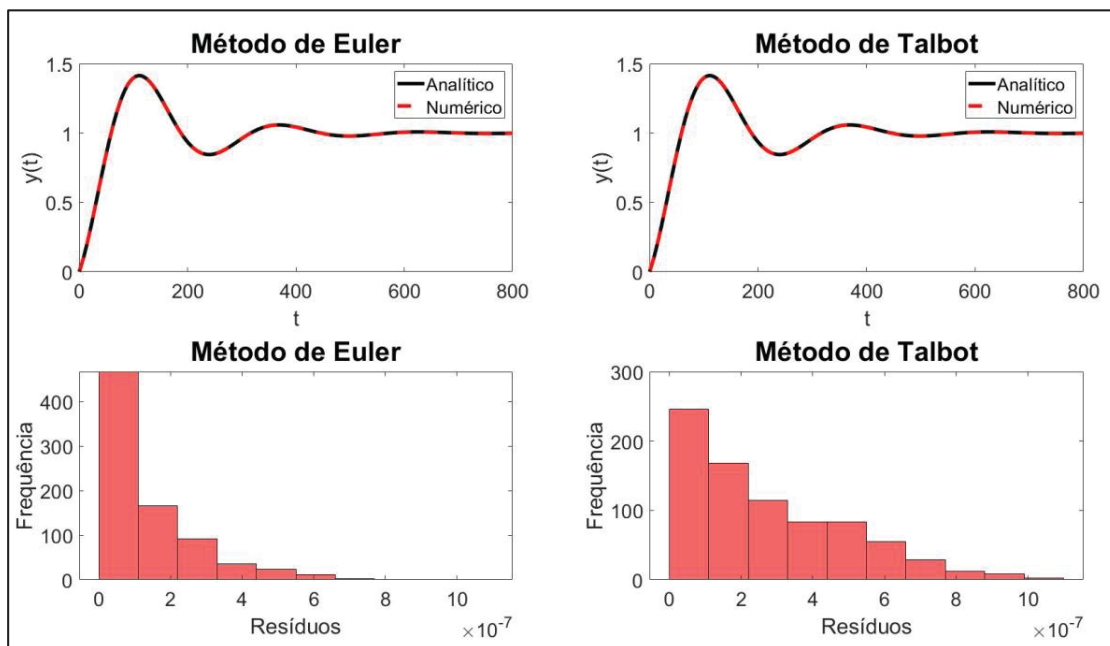


FIGURA 5.2: COMPARATIVO ENTRE MÉTODOS NUMÉRICOS DE EULER E TALBOT PARA RESPOSTA A DEGRAU UNITÁRIO PARA PROCESSO DE 1ª ORDEM COM CONTROLADOR PI EM MALHA FEEDBACK

FONTE: O Autor (2018).

- **Problema 2: resposta a um degrau unitário para processo fracionário**

A equação, no domínio de Laplace, para uma resposta a degrau unitário, é dada por:

$$Y(s) = \frac{K_p}{(\tau_p s^\alpha + 1)^2} \left( \frac{1}{s} \right) \quad (5.5)$$

A transformada inversa analítica da equação 5.5 é:

$$y(t) = \frac{K_P t^{2\alpha}}{\tau_P^2} \left[ \frac{\mathbb{E}_{\alpha,\alpha} \left( \frac{-t^\alpha}{\tau_P} \right) + \alpha \mathbb{E}_{\alpha,\alpha+1} \left( \frac{-t^\alpha}{\tau_P} \right)}{\frac{-t^\alpha}{\tau_P} t^\alpha} \right] \quad (5.6)$$

Os parâmetros utilizados (tabela 5.2) e os resultados obtidos (figura 5.3) são apresentados abaixo.

TABELA 5.2: PARÂMETROS UTILIZADOS PARA RESOLUÇÃO DO DEGRAU UNITÁRIO A PROCESSO DE 2ª ORDEM FRACIONÁRIO

Parâmetro	Valor
$K_P$	1
$\tau_P$	2
$\alpha$	0,35

FONTE: O Autor (2018).

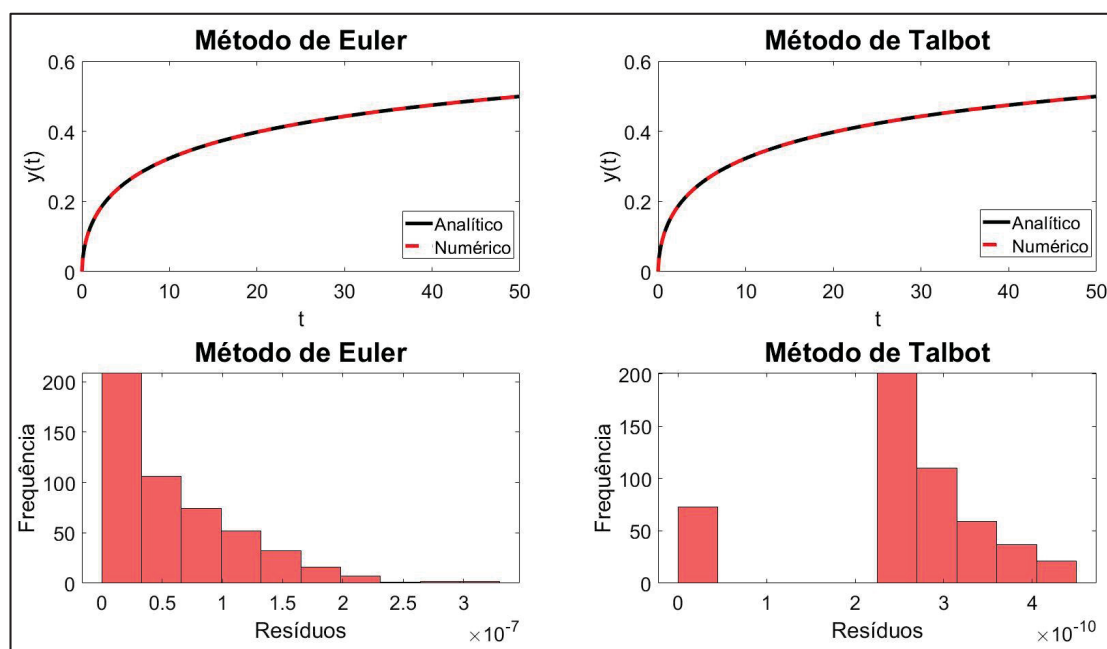


FIGURA 5.3: COMPARATIVO ENTRE MÉTODOS NUMÉRICOS DE EULER E TALBOT PARA RESPOSTA A DEGRAU UNITÁRIO PARA PROCESSO DE 2ª ORDEM FRACIONÁRIO  
FONTE: O Autor (2018).

- **Problema 3: resposta a um degrau unitário para processo fracionário com controlador  $PI^\alpha$  em malha *feedback***

Para um processo e um controlador na forma:

$$G_P = \frac{K_P}{\tau_P s^\alpha + 1} \quad G_C = K_C + \frac{K_I}{s^\lambda} \quad (5.7)$$

A resposta a um degrau unitário, no domínio de Laplace, será:

$$Y(s) = \frac{K_P K_C s^\lambda + K_P K_I}{\tau_P s^{\alpha+\lambda} + (K_P K_C + 1) s^\lambda + K_P K_I} \left( \frac{1}{s} \right) \quad (5.8)$$

A transformada inversa analítica da equação 5.8 é (PODLUBNY, 1999):

$$y(t) = \frac{1}{\tau_P} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{k!} \left( \frac{K_P K_I}{\tau_P} \right)^k \left[ K_P K_I \mathbb{E} \left( t, \left( -\frac{K_P K_C + 1}{\tau_P} \right), \alpha, \alpha + \lambda + \lambda k + 1 \right) + \right. \\ \left. K_P K_C \mathbb{E} \left( t, \left( -\frac{K_P K_C + 1}{\tau_P} \right), \alpha, \alpha + \lambda k + 1 \right) \right] \quad (5.9)$$

Na equação 5.9, o número de termos do somatório foi sendo elevado até que o critério de parada fosse satisfeito, sendo este o módulo da diferença entre o valor com um somatório com  $n$  e  $n+1$  termos. O erro utilizado para parada foi  $10^{-50}$ , sendo este valor adotado para garantir acurácia mesmo com reduzido número de elementos do somatório até o infinito ( $\sim 100$  elementos).

Abaixo são apresentadas as constantes utilizadas e o comparativo entre os métodos numéricos de Euler e Talbot.

TABELA 5.3: PARÂMETROS UTILIZADOS PARA RESOLUÇÃO DO DEGRAU UNITÁRIO A PROCESSO FRACIONÁRIO COM CONTROLADOR PI<sup>a</sup>

Parâmetro	Valor
$K_P$	1
$\tau_P$	2
$\alpha$	1,45
$K_C$	5
$K_I$	1,7
$\Lambda$	1,1

FONTE: O Autor (2018).

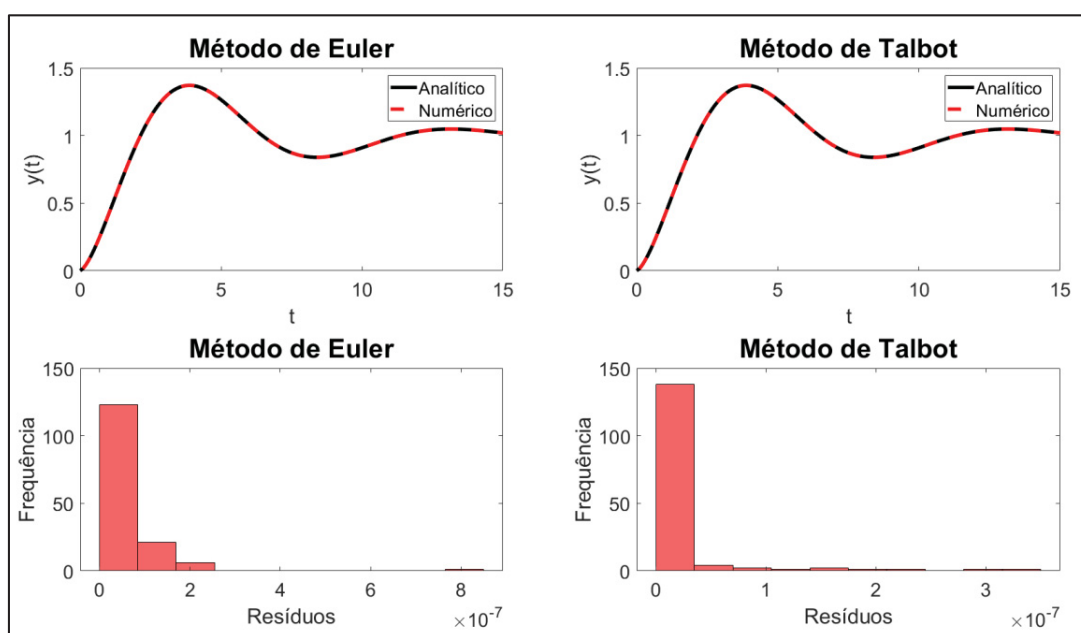


FIGURA 5.4: COMPARATIVO ENTRE MÉTODOS NUMÉRICOS DE EULER E TALBOT PARA RESPOSTA A DEGRAU UNITÁRIO PARA PROCESSO FRACIONÁRIO COM CONTROLADOR PIA EM MALHA FEEDBACK

FONTE: O Autor (2018).

A partir das figuras 5.2 a 5.4, é possível observar que os desvios entre as soluções analíticas e numéricas foram pequenos, inclusive ao observar a distribuição dos resíduos. Apesar de, por exemplo, no problema 2, haver maior frequência de



valores próximos a zero para o método de Euler, é importante avaliar o erro absoluto. A tabela 5.4 apresenta o compilado dos erros absolutos para os problemas 1 a 3. O método de Euler apresentou um erro inferior para o problema 1, entretanto o método de Talbot apresentou resultados mais próximos à resposta analítica para os demais problemas, sendo que no problema 2, o erro foi 100 vezes menor pelo método de Talbot. Como os dois últimos testes foram com problemas mais complexos, por possuírem parâmetros fracionários, estes tornam-se mais relevantes quando comparados ao primeiro. Portanto, o método utilizado para realizar a inversa numérica de Laplace, quando não for possível a solução analítica, será o método de Talbot.

TABELA 5.4: COMPARATIVO DOS ERROS ABSOLUTOS PARA OS MÉTODOS DE EULER E TALBOT

Problema	Erro	
	Método de Euler	Método de Talbot
1	$1,06 \cdot 10^{-4}$	$2,17 \cdot 10^{-4}$
2	$3,05 \cdot 10^{-5}$	$1,25 \cdot 10^{-7}$
3	$8,11 \cdot 10^{-6}$	$2,10 \cdot 10^{-6}$

FONTE: O Autor (2018)

### 5.1.2. Diferenças Finitas para as Matrizes **H**, **G<sub>y</sub>** e **B**

Para a análise estatística, é necessário calcular as derivas em relação aos parâmetros, dados experimentais e modelo. Para validar o método das diferenças finitas para o cálculo das matrizes, foi utilizada uma função de 1ª ordem.

A resposta a um degrau M de um processo de 1ª ordem é dada por:

$$Y(s) = \frac{K}{\tau s + 1} \frac{M}{s} \quad (5.10)$$

A resposta no domínio do tempo é:

$$y(t) = KM \left( 1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right) \quad (5.11)$$

Portanto, a função objetivo para estimação dos parâmetros é definida como:

$$FOBJ = \sum_{i=1}^{NE} \left[ \mathbf{y}_{\text{exp},i} - MK \left( 1 - e^{-\frac{t_i}{\tau}} \right) \right]^2 \quad (5.12)$$

Com o vetor dos parâmetros  $\Psi = [K \quad \tau]$  é possível calcular a matriz  $\mathbf{H}$ , baseada nas derivadas parciais em relação aos parâmetros:

$$\frac{\partial^2 FOBJ(\mathbf{y}_{\text{exp}}, \mathbf{t}_{\text{exp}}, \Psi)}{\partial K \partial K} = -2 \sum_{i=1}^{NE} \left[ -M \left( 1 - e^{-\frac{t_i}{\tau}} \right) \right] \quad (5.13)$$

$$\frac{\partial^2 FOBJ(\mathbf{y}_{\text{exp}}, \mathbf{t}_{\text{exp}}, \Psi)}{\partial K \partial \tau} = \frac{2M}{\tau^2} \sum_{i=1}^{NE} \left\{ t_i e^{-\frac{t_i}{\tau}} \left[ \mathbf{y}_{\text{exp},i} - 2MK \left( 1 - e^{-\frac{t_i}{\tau}} \right) \right] \right\} \quad (5.14)$$

$$\frac{\partial^2 FOBJ(\mathbf{y}_{\text{exp}}, \mathbf{t}_{\text{exp}}, \Psi)}{\partial \tau \partial \tau} = 2 \sum_{i=1}^{NE} \left\{ \begin{aligned} & \left[ MK t_i \tau^{-2} e^{-\frac{t_i}{\tau}} \right]^2 + \\ & \left[ MK t_i \tau^{-3} e^{-\frac{t_i}{\tau}} (t_i \tau^{-1} - 2) \right] x \\ & \left[ MK \left( 1 - e^{-\frac{t_i}{\tau}} \right) - \mathbf{y}_{\text{exp},i} \right] \end{aligned} \right\} \quad (5.15)$$

Finalmente, definindo a matriz **H**:

$$\mathbf{H}_\Psi = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 FOBJ(\mathbf{y}_{\text{exp}}, \mathbf{t}_{\text{exp}}, \Psi)}{\partial K \partial K} & \frac{\partial^2 FOBJ(\mathbf{y}_{\text{exp}}, \mathbf{t}_{\text{exp}}, \Psi)}{\partial K \partial \tau} \\ \frac{\partial^2 FOBJ(\mathbf{y}_{\text{exp}}, \mathbf{t}_{\text{exp}}, \Psi)}{\partial \tau \partial K} & \frac{\partial^2 FOBJ(\mathbf{y}_{\text{exp}}, \mathbf{t}_{\text{exp}}, \Psi)}{\partial \tau \partial \tau} \end{bmatrix} \quad (5.16)$$

A matriz **G<sub>y</sub>** considera as derivadas parciais da função objetivo em relação aos parâmetros e aos pontos experimentais:

$$\frac{\partial^2 FOBJ(\mathbf{y}_{\text{exp}}, \mathbf{t}_{\text{exp}}, \Psi)}{\partial K \partial \mathbf{y}_{\text{exp},i}} = -2M \left( 1 - e^{\frac{-t_i}{\tau}} \right) \quad (5.17)$$

$$\frac{\partial^2 FOBJ(\mathbf{y}_{\text{exp}}, \mathbf{t}_{\text{exp}}, \Psi)}{\partial \tau \partial \mathbf{y}_{\text{exp},i}} = 2M K e^{\frac{-t_i}{\tau}} t_i \tau^{-2} \quad (5.18)$$

A matriz **G<sub>y</sub>** é apresentada pela equação 75.

$$\mathbf{G}_y = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 FOBJ(\mathbf{y}_{\text{exp}}, \mathbf{t}_{\text{exp}}, \Psi)}{\partial K \partial \mathbf{y}_{\text{exp},1}} & \dots & \frac{\partial^2 FOBJ(\mathbf{y}_{\text{exp}}, \mathbf{t}_{\text{exp}}, \Psi)}{\partial K \partial \mathbf{y}_{\text{exp},NE}} \\ \frac{\partial^2 FOBJ(\mathbf{y}_{\text{exp}}, \mathbf{t}_{\text{exp}}, \Psi)}{\partial \tau \partial \mathbf{y}_{\text{exp},1}} & \dots & \frac{\partial^2 FOBJ(\mathbf{y}_{\text{exp}}, \mathbf{t}_{\text{exp}}, \Psi)}{\partial \tau \partial \mathbf{y}_{\text{exp},NE}} \end{bmatrix} \quad (5.19)$$

A matriz **B** é definida pelas derivadas parciais do modelo na i-ésima posição em relação aos parâmetros:

$$\frac{\partial \left[ MK \left( 1 - e^{\frac{-t_i}{\tau}} \right) \right]}{\partial K} = M \left( 1 - e^{\frac{-t_i}{\tau}} \right) \quad (5.20)$$

$$\frac{\partial \left[ MK \left( 1 - e^{\frac{-t_i}{\tau}} \right) \right]}{\partial \tau} = -MK e^{\frac{-t_i}{\tau}} t_i \tau^{-2} \quad (5.21)$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} M \left( 1 - e^{\frac{-t_1}{\tau}} \right) & -MK e^{\frac{-t_1}{\tau}} t_1 \tau^{-2} \\ \vdots & \vdots \\ M \left( 1 - e^{\frac{-t_{NE}}{\tau}} \right) & -MK e^{\frac{-t_{NE}}{\tau}} t_i \tau^{-2} \end{bmatrix} \quad (5.22)$$

Para validação do método das diferenças finitas, foram calculadas as matrizes de forma analítica e numérica, avaliando o erro absoluto. Para as matrizes **Gy** e **B** foram calculadas as médias dos erros absolutos para cada medida experimental, simplificando assim o tamanho das matrizes, ou seja, para a matriz **Gy** foi calculada a média dos erros absolutos para as linhas 1 e 2 e para a matriz **B** foram calculadas as médias dos erros absolutos para as colunas 1 e 2.

A fim de obter dados para validação, foi realizada uma identificação em malha aberta, coletando dados de temperatura. A tabela 5.5 apresenta os parâmetros utilizados e o resultado da estimação. A tabela 5.6 reporta os erros absolutos no cálculo das matrizes mencionadas acima. Foi utilizada a resposta analítica no tempo para a estimação paramétrica e o método de otimização proposto por Lagarias et al. (1998). O passo  $h$  para o método das diferenças finitas foi fixado em  $10^{-5}$  pois valores inferiores não geraram convergência do método.

TABELA 5.5: PARÂMETROS UTILIZADOS PARA ESTIMAÇÃO PARAMÉTRICA PARA VALIDAÇÃO DO MÉTODO NUMÉRICO DAS DIFERENÇAS FINITAS

Parâmetro	Valor
NE	500
M	40
$\psi$	$[-0,1651 \quad 181,9330]$
FOBJ	45,18
h	$10^{-5}$

FONTE: O Autor (2018).

TABELA 5.6: ERROS ABSOLUTOS ENTRE RESULTADO ANALÍTICO E NUMÉRICO POR DIFERENÇAS FINITAS PARA AS MATRIZES **H**, **G<sub>y</sub>** E **B**

Matriz	Valor
<b>H</b> Erro absoluto	$\begin{bmatrix} 7,75 \times 10^{-08} & 4,21 \times 10^{-06} \\ 4,21 \times 10^{-06} & 4,043 \times 10^{-09} \end{bmatrix}$
<b>G<sub>y</sub></b> Erro médio	$\begin{bmatrix} 1,23 \times 10^{-07} \\ 9,411 \times 10^{-11} \end{bmatrix}$
<b>B</b> Erro médio	$\begin{bmatrix} 1,31 \times 10^{-11} & 9,90 \times 10^{-12} \end{bmatrix}$

FONTE: O Autor (2018).

Os erros apresentados na tabela 5.6 possuem erros absolutos e médios dentro dos limites de precisão necessários, garantindo resultados acurados para o cálculo das incertezas paramétricas, bem como para a região de incerteza do modelo predito.

## 5.2. Identificação de Processo em Malha Aberta

A primeira etapa para definição do sistema é a identificação em malha aberta. Foi inserida uma função degrau de tamanho conhecido nas variáveis manipuladas e então medida as variáveis controladas. Para garantir o estado estacionário antes da perturbação do sistema, o *input* dos atuadores foi mantido constante por aproximadamente 2 horas. As medidas foram realizadas via Arduino, interligado ao circuito elétrico (anexo B) e então enviadas para o computador através de comunicação serial, via USB.

A tabela 5.7 resume a intensidade dos degraus das variáveis manipuladas. A amplitude dos degraus foi delimitada pelas regiões lineares dos atuadores. Os valores estão indicados em % de tensão tanto para a lâmpada quanto para o ventilador.

TABELA 5.7: DEGRAUS DAS VARIÁVEIS MANIPULADAS

	Valor Inicial (%)	Valor Final (%)	Variação (%)
<b>Degrau Lâmpada (Ventilador a 60%)</b>	45	70	25
<b>Degrau Ventilador (Lâmpada a 70%)</b>	30	70	40

FONTE: O Autor (2018).

Para cada degrau nas variáveis manipuladas, foram obtidos dados para duas variáveis controladas, resultando ao total 4 funções de transferência, nomeadas conforme as equações abaixo.

$$G(s) = \begin{bmatrix} G_{P11}(s) = \frac{TEMPERATURA(s)}{VENTILADOR(s)} & G_{P12}(s) = \frac{LUMINOSIDADE(s)}{VENTILADOR(s)} \\ G_{P21}(s) = \frac{TEMPERATURA(s)}{LÂMPADA(s)} & G_{P22}(s) = \frac{LUMINOSIDADE(s)}{LÂMPADA(s)} \end{bmatrix} \quad (5.23)$$

A figura 5.5 apresenta o diagrama de blocos para as malhas abertas. Os degraus  $M_1$  e  $M_2$  serão introduzidos nos atuadores  $u_1$  e  $u_2$ . Cada atuador irá gerar uma resposta:  $y_{11}(t)$  e  $y_{12}(t)$  para  $u_1(t)$  e  $y_{21}(t)$  e  $y_{22}(t)$  para  $u_2(t)$ .

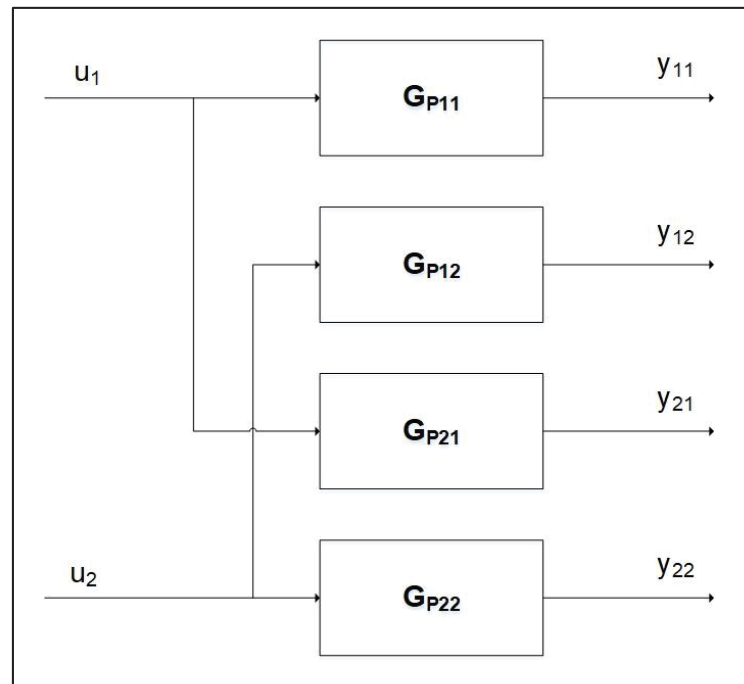


FIGURA 5.5: SISTEMA TITO EM MALHA ABERTA

FONTE: O Autor (2018).

Baseada na equação 5.23 e na figura 5.5, abaixo são apresentados os modelos propostos para ordem inteira e fracionária, bem como o equacionamento para tratamento estatístico dos dados.

Como a luminosidade não é afetada por alterações realizadas no ventilador, esta função de transferência será nula, sendo que este sistema será um TITO parcialmente acoplado. Também não foram consideradas funções de transferência para perturbações do sistema, sendo que toda perturbação foi incorporada nas funções de transferência do processo em forma de ruídos.

### 5.2.1. Modelos Propostos de Ordem Inteira

- **G<sub>P11</sub>**

Devido a latência do LDR que dá origem a uma função de 1ª ordem, somado ao RC, a resposta resultante será de 2ª ordem. Portanto, o modelo proposto foi:

$$Y_{11}^{\text{int}}(s) = \frac{K_{P11} e^{-\theta_{11}s}}{(\tau_{P11}s + 1)^2} \left( \frac{M_1}{s} \right) \quad (5.24)$$

Ao realizar uma aproximação de Padé de ordem superior a 0 para o tempo morto, a ordem da equação característica torna-se superior a 3, não sendo possível obter a inversa analítica. Portanto será utilizado o método de Talbot para realizar a inversão numérica. Os parâmetros a serem estimados serão  $\Psi_{11} = [K_{P11} \quad \tau_{P11} \quad \theta_{11}]$ .

- **G<sub>P21</sub>**

A função proposta para a resposta da temperatura com o degrau de tensão da lâmpada foi:

$$Y_{21}^{\text{int}}(s) = \frac{K_{P21}}{\tau_{P21}s + 1} \left( \frac{M_1}{s} \right) \quad (5.25)$$

A resposta no domínio do tempo para a equação 83 é apresentada abaixo, com o vetor de parâmetros definido por  $\Psi_{21} = [K_{P21} \quad \tau_{P21}]$ :

$$y_{21}^{\text{int}}(t) = M_1 K_{P21} \left( 1 - e^{-\frac{t}{\tau_{P21}}} \right) \quad (5.26)$$



- **G<sub>P22</sub>**

O modelo proposto foi de 1ª ordem, similar à G<sub>P21</sub>, entretanto com um degrau de magnitude M<sub>2</sub>:

$$Y_{22}^{\text{int}}(s) = \frac{K_{P22}}{\tau_{P22}s + 1} \left( \frac{M_2}{s} \right) \quad (5.27)$$

A transformada inversa de Laplace é dada por:

$$y_{22}^{\text{int}}(t) = M_2 K_{P22} \left( 1 - e^{-\frac{t}{\tau_{P22}}} \right) \quad (5.28)$$

O vetor de parâmetros deste modelo é  $\Psi_{22} = [K_{P22} \quad \tau_{P22}]$ .

### 5.2.2. Modelos Propostos de Ordem Fracionária

- **G<sub>P11</sub>**

O modelo proposto foi baseado em um modelo de 2ª ordem criticamente amortecido, com adição de um parâmetro fracionário no expoente de s:

$$Y_{11}^{\text{frac}}(s) = \frac{K_{P11} e^{-\theta_{11}s}}{(\tau_{P11}s^{\alpha_{11}} + 1)^2} \left( \frac{M_1}{s} \right) \quad (5.29)$$

Este modelo não possui inversa analítica, sendo que a inversa numérica foi calculada através do método de Talbot, com  $\Psi_{21} = [K_{P11} \quad \tau_{P11} \quad \theta_{11} \quad \alpha_{11}]$ .

- **G<sub>P21</sub>**

Abaixo são apresentados o modelo fracionário proposto no domínio de Laplace e a resposta no tempo. O vetor dos parâmetros é dado por  $\Psi_{21} = [K_{P21} \quad \tau_{P21} \quad \alpha_{21}]$

$$Y_{21}^{frac}(s) = \frac{K_{P21}}{\tau_{P21}s^{\alpha_{21}} + 1} \left( \frac{M_1}{s} \right) \quad (5.30)$$

$$y_{21}^{frac}(t) = \left( \frac{M_1 K_{P21}}{\tau_{P21}} \right) t^{\alpha_{21}} \mathbb{E}_{\alpha, \alpha+1} \left( -\frac{t^{\alpha_{21}}}{\tau_{P21}} \right) \quad (5.31)$$

- **G<sub>P22</sub>**

Com os parâmetros a serem estimados  $\Psi_{22} = [K_{P22} \quad \tau_{P22} \quad \alpha_{22}]$ , o modelo proposto no domínio de Laplace e tempo será, respectivamente:

$$Y_{22}^{frac}(s) = \frac{K_{P22}}{\tau_{P22}s^{\alpha_{22}} + 1} \left( \frac{M_2}{s} \right) \quad (5.32)$$

$$y_{22}^{frac}(t) = \left( \frac{M_2 K_{P22}}{\tau_{P22}} \right) t^{\alpha_{22}} \mathbb{E}_{\alpha, \alpha+1} \left( -\frac{t^{\alpha_{22}}}{\tau_{P22}} \right) \quad (5.33)$$

### 5.2.3. Resultados da Identificação em Malha Aberta

#### 5.2.3.1. G<sub>P11</sub>

A tabela 5.8 apresenta os resultados obtidos para a estimação paramétrica dos modelos propostos de ordem inteira e fracionária, bem como os resultados da análise

de incertezas paramétricas. Para ajuste do modelo, foram utilizados os mesmos dados experimentais.

TABELA 5.8: RESULTADOS DA ESTIMAÇÃO PARAMÉTRICA PARA MODELOS DE ORDEM INTEIRA E FRACIONÁRIA PARA GP11

Parâmetro	Modelo	Modelo
	Ordem Inteira	Ordem Fracionária
M		25
NE		50
$\overline{\Psi}_{11} \pm S_r S_{\Psi_{11}}$	$\begin{bmatrix} 14,48 \pm 0,03 \\ 3,88 \pm 0,06 \\ 0,62 \pm 0,08 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 14,723 \pm 0,023 \\ 3,384 \pm 0,038 \\ 1,037 \pm 0,039 \\ 0,959 \pm 0,003 \end{bmatrix}$
FOBJ	228	17,2
$C_{\Psi_{11}}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0,492 & -0,250 \\ 0,492 & 1 & -0,812 \\ -0,250 & -0,812 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & -0,714 & 0,584 & -0,892 \\ -0,714 & 1 & -0,917 & 0,916 \\ 0,584 & -0,917 & 1 & -0,763 \\ -0,892 & 0,916 & -0,763 & 1 \end{bmatrix}$
R	0,999	0,999

FONTE: O Autor (2018).

Os parâmetros ajustados para o modelo de ordem inteira possuem incertezas paramétricas associadas mais elevadas, comparadas ao modelo de ordem fracionária. Adicionalmente, apesar do parâmetro fracionário estar próximo a 1, ao somar a incerteza paramétrica, o valor de  $\alpha_{11}$  é de 0,9623, dando características fracionárias ao modelo.

O resíduo da função objetivo foi 92,5% inferior para o modelo de ordem fracionária, levando a dedução de que o ajuste foi melhor pelo modelo possuir mais um parâmetro. Entretanto, o parâmetro fracionário altera a característica da função. Para um modelo de ordem inteira, a função no domínio do tempo é uma resposta

exponencial (função de transferência de 2ª ordem criticamente amortecida). Já o parâmetro fracionário altera esta resposta exponencial, dando novas características a função no domínio do tempo, não mais alterando apenas parâmetros para melhor representar os dados, mas sim alterando a função que melhor representa os dados experimentais.

A figura 5.6 apresenta o comparativo entre o modelo de ordem inteira e fracionária e a figura 5.7 os resíduos para cada ponto experimental. Pelo detalhe da figura 5.6, os pontos experimentais são melhor ajustados para o modelo de ordem fracionária. Com relação aos resíduos, não é possível observar grandes tendências no resíduo, entretanto estes não estão uniformemente distribuídos, originários provavelmente da incerteza dos parâmetros e eventuais erros experimentais.

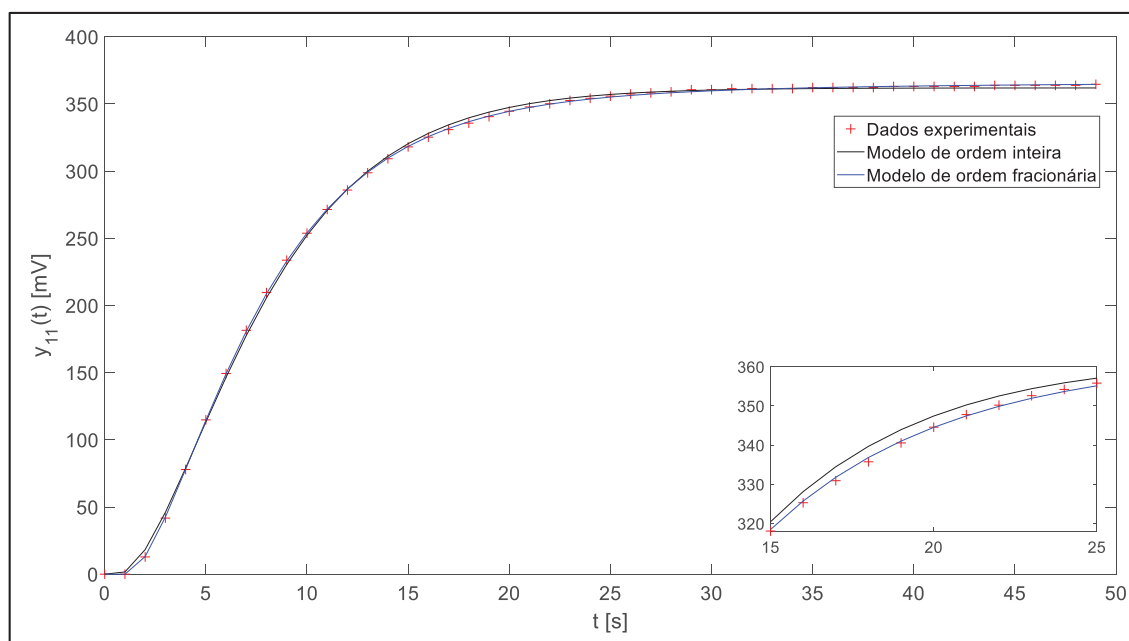


FIGURA 5.6: COMPARATIVO ENTRE OS MODELOS DE ORDEM INTEIRA E FRACIONÁRIA PARA GP11

FONTE: O Autor (2018).

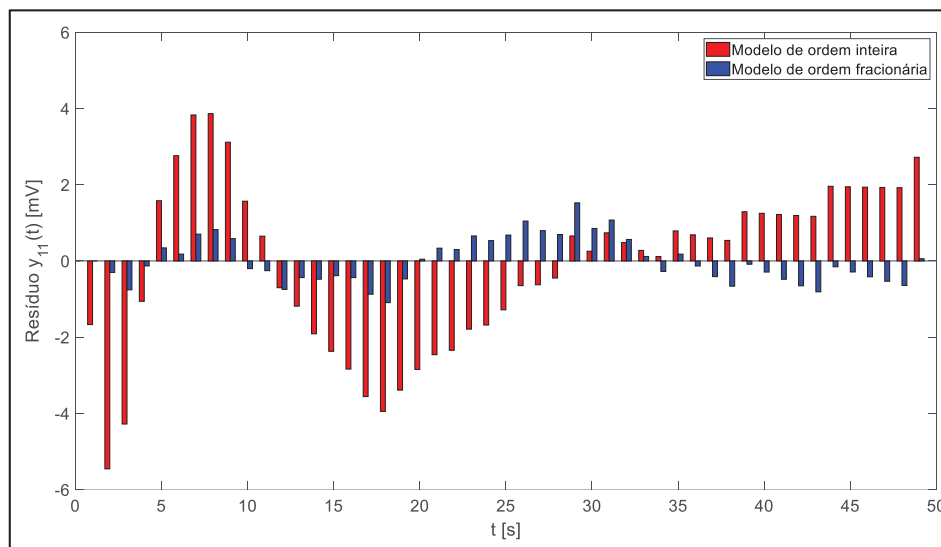


FIGURA 5.7: RESÍDUOS PARA CADA PONTO EXPERIMENTAL PARA GP11  
 FONTE: O Autor (2018).

A figura 5.8 apresenta a relação entre os dados observados e calculados. Não são observadas tendências por parte das previsões, tanto para o modelo de ordem inteira quanto fracionária.

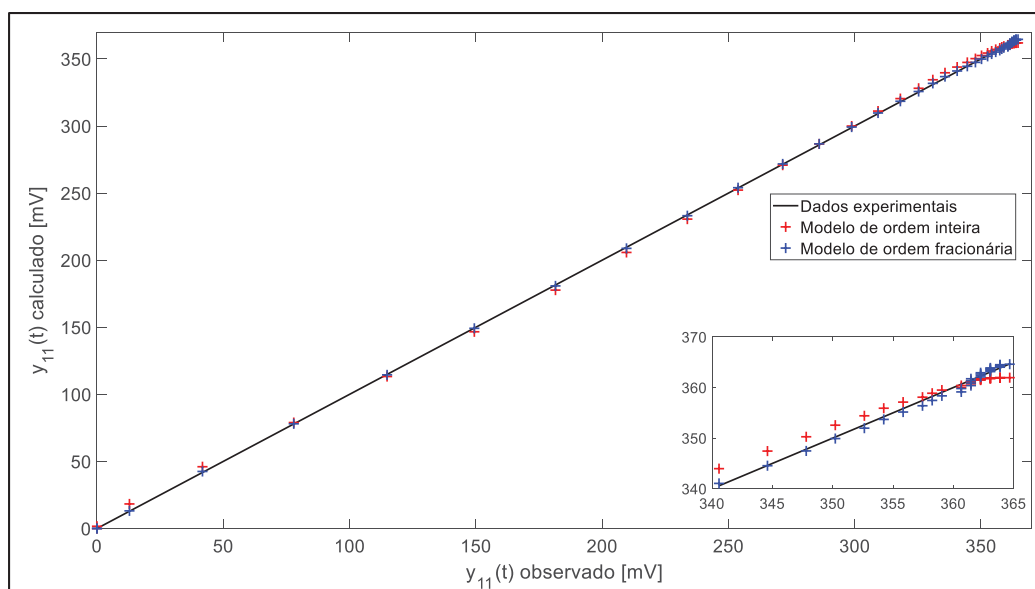


FIGURA 5.8: COMPARATIVO ENTRE VALORES OBSERVADOS E VALORES CALCULADOS PELOS MODELOS DE ORDEM INTEIRA E FRACIONÁRIA PARA GP11  
 FONTE: O Autor (2018).

A partir do método de Williams-Kloot (figura 5.9), foi obtido um coeficiente angular para a reta de  $0,49 \pm 0,08$ , sendo o modelo 1 o de ordem inteira e o modelo 2 o de ordem fracionária. Os limites inferior e superior são, respectivamente, 0,41 e 0,57, portanto pode-se concluir, a partir do teste, que o modelo de ordem fracionária representa melhor os dados experimentais.

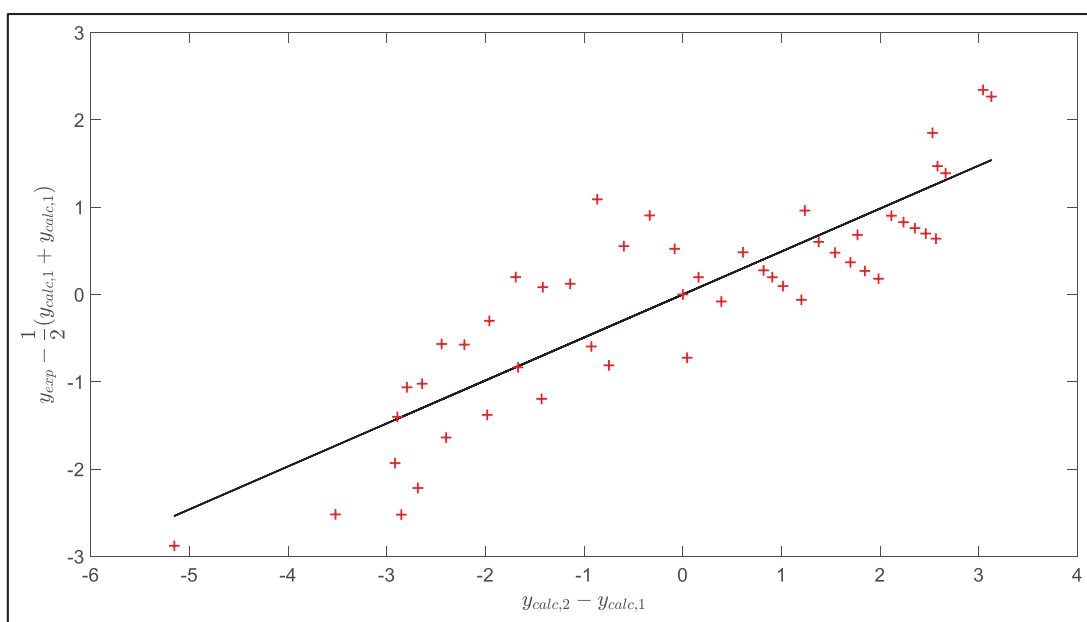


FIGURA 5.9: RESULTADO DO TESTE DE WILLIAMS-KLOOT PARA GP11  
 FONTE: O Autor (2018).

Foram calculados todos os valores da função objetivo, considerando os limites inferior e superior dos parâmetros e todas as combinações possíveis e, utilizando a equação 4.24, foi possível obter os gráficos das regiões de confiança. Como o modelo de ordem inteira possui 3 parâmetros, um elipsoide é gerado no espaço. Já para o modelo fracionário, a figura teria 4 dimensões. Para efeitos comparativos, foram representadas as projeções nos planos, obtendo o efeito da correlação paramétrica 2 a 2. As figuras 5.9 e 5.10 apresentam os resultados obtidos. É possível observar que os resultados são condizentes com os valores da matriz de correlação paramétrica, sendo que uma correlação baixa é observada por uma figura mais próxima a um círculo. O sinal da correlação apresentado em  $C_{\psi_{11}}$  é observado nas figuras como

inclinação para direita (+) e esquerda (-). Por exemplo, para o modelo de ordem inteira, a correlação entre  $K_{P11}$  e  $\theta_{11}$  é igual a -0.250 e para o modelo fracionário, a correlação entre  $\tau_{P11}$  e  $\alpha_{11}$  é igual a 0.916, apresentando uma inclinação do elipsoide condizente com o sinal e aberturas condizentes com a amplitude da correlação, onde o último possui uma forma mais alongada (correlação elevada). A partir destes resultados gráficos, é possível validar o cálculo da matriz de correlação paramétrica.

A partir das figuras 5.10 e 5.11, pode-se ainda observar como as formas diferem de elipses, devido a não linearidade dos modelos. Apesar do modelo de ordem inteira não possuir o parâmetro fracionário, ele é não linear na constante de tempo e no tempo morto.

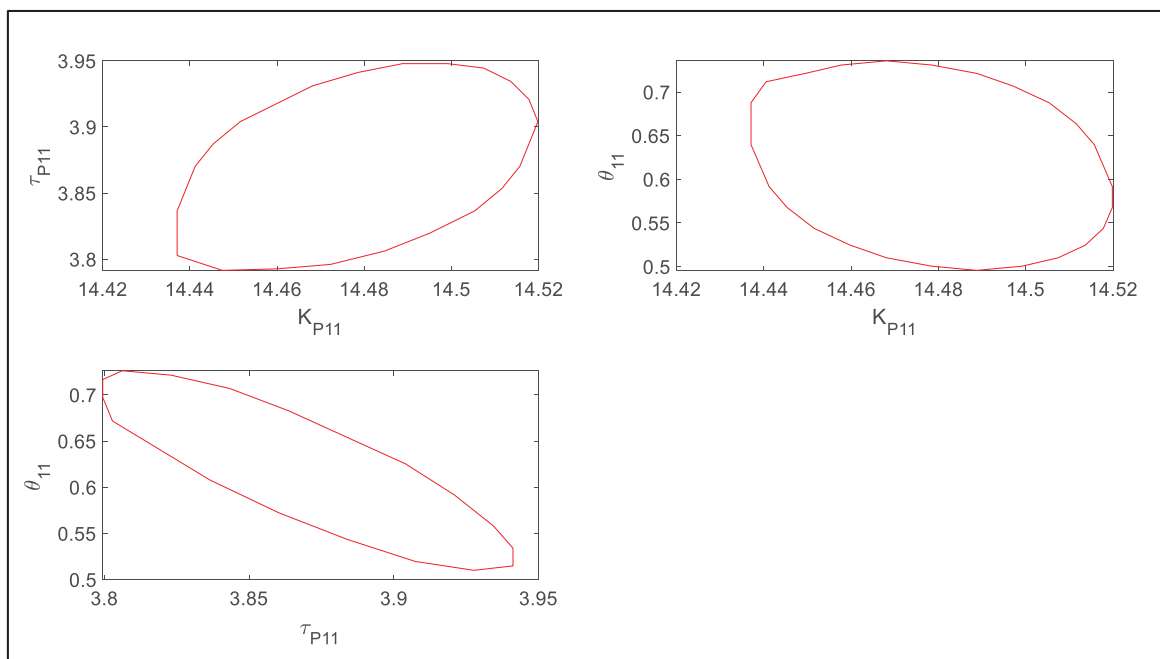


FIGURA 5.10: REGIÃO DE CONFIANÇA DOS PARÂMETROS PARA MODELO DE ORDEM INTEIRA PARA GP11

FONTE: O Autor (2018).

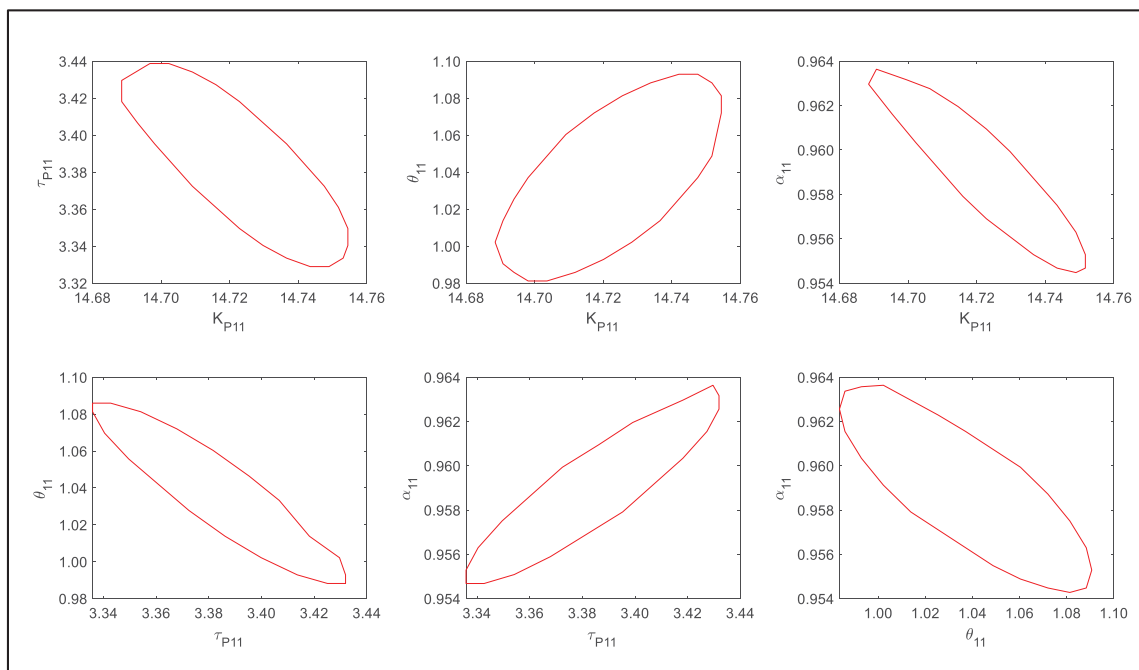


FIGURA 5.11: REGIÃO DE CONFIANÇA DOS PARÂMETROS PARA MODELO DE ORDEM FRACIONÁRIA PARA GP11

FONTE: O Autor (2018).

As figuras 5.12 e 5.13 apresentam os modelos juntamente com a região de confiança paramétrica para o modelo previsto de ordem inteira e ordem fracionária. Em ambos os modelos, todos os pontos experimentais estão contidos na região de confiança. Para o modelo fracionário, com uma probabilidade de 95% do modelo prever os dados experimentais, a região de incerteza do modelo está mais próxima à curva do modelo, indicando que o modelo é mais confiável para prever os dados experimentais.



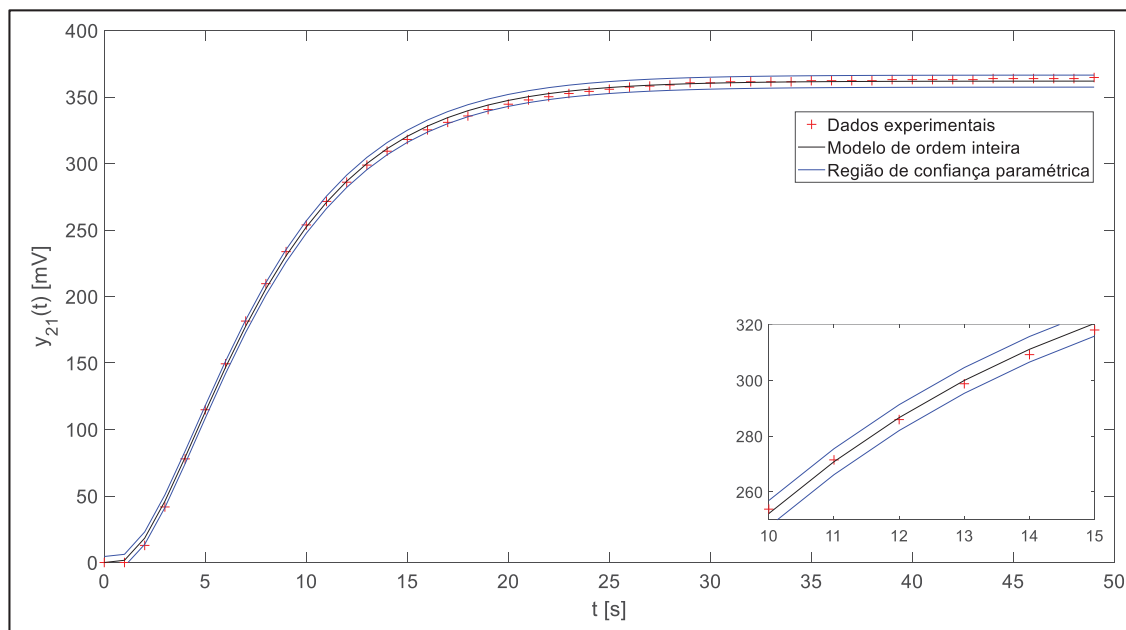


FIGURA 5.12: AJUSTE DO MODELO DE ORDEM INTEIRA COM A SUA REGIÃO DE CONFIANÇA PARAMÉTRICA PARA GP11

FONTE: O Autor (2018).

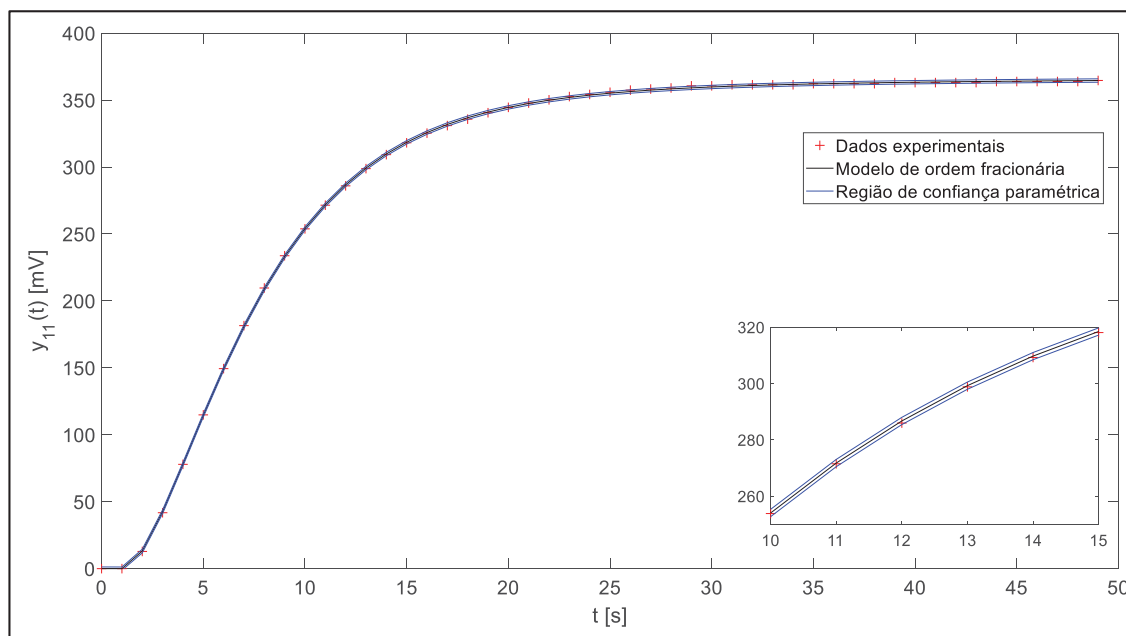


FIGURA 5.13: AJUSTE DO MODELO DE ORDEM FRACIONÁRIA COM A SUA REGIÃO DE CONFIANÇA PARAMÉTRICA PARA GP11

FONTE: O Autor (2018).

As equações de ordem inteira e fracionária obtidas, com os parâmetros estimados, são:

$$G_{P11}^{\text{int}}(s) = \frac{K_{P11}e^{-\theta_{11}s}}{(\tau_{P11}s+1)^2} = \frac{14,48 \pm 0,03e^{-(0,62 \pm 0,08)s}}{[(3,88 \pm 0,06)s+1]^2} \quad (5.34)$$

$$G_{P11}^{\text{frac}}(s) = \frac{K_{P11}e^{-\theta_{11}s}}{(\tau_{P11}s^{\alpha_{11}}+1)^2} = \frac{14,723 \pm 0,023e^{-(1,037 \pm 0,039)s}}{[(3,384 \pm 0,038)s^{0,959 \pm 0,003}+1]^2} \quad (5.35)$$

#### 5.2.3.2. $G_{P21}$

Os resultados da influência da tensão da lâmpada com a temperatura estão na tabela 5.9. Ao somar a incerteza em  $\alpha_{21}$ , o resultado é de 0,84, o que garante um modelo de ordem fracionária. Novamente o modelo de ordem fracionária apresentou um resíduo de otimização inferior comparado ao de ordem inteira. Entretanto, há uma elevada correlação paramétrica para o modelo fracionário, especialmente entre  $\alpha_{21}$ - $\tau_{P21}$  e  $\alpha_{21}$ - $K_{P21}$  (0,986 e -0,915, respectivamente). Ao avaliar a equação 5.31, é possível observar a multiplicação destes parâmetros na equação do modelo, o que pode ser um dos motivos para a alta correlação, tornando assim intrínseca a este modelo proposto.

TABELA 5.9: RESULTADOS DA ESTIMAÇÃO PARAMÉTRICA PARA MODELOS DE ORDEM INTEIRA E FRACIONÁRIA PARA GP21

Parâmetro	Modelo	Modelo
	Ordem Inteira	Ordem Fracionária
M		25
NE		2000
$\overline{\Psi}_{21} \pm S_t S_{\Psi_{21}}$	$\begin{bmatrix} 0,5342 \pm 0,0011 \\ (1,263 \pm 0,015) \times 10^3 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0,5824 \pm 0,0015 \\ (3,20 \pm 0,08) \times 10^2 \\ 0,80 \pm 0,04 \end{bmatrix}$
FOBJ	368	50,2
$C_{\Psi_{21}}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0,656 \\ 0,656 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & -0,845 & -0,915 \\ -0,845 & 1 & 0,986 \\ -0,915 & 0,986 & 1 \end{bmatrix}$
R	0,991	0,998

FONTE: O Autor (2018)

A figura 5.14 apresenta o comparativo entre ambos os modelos. A dinâmica tanto no início quanto no estado estacionário foi melhor representada pelo modelo fracionário.

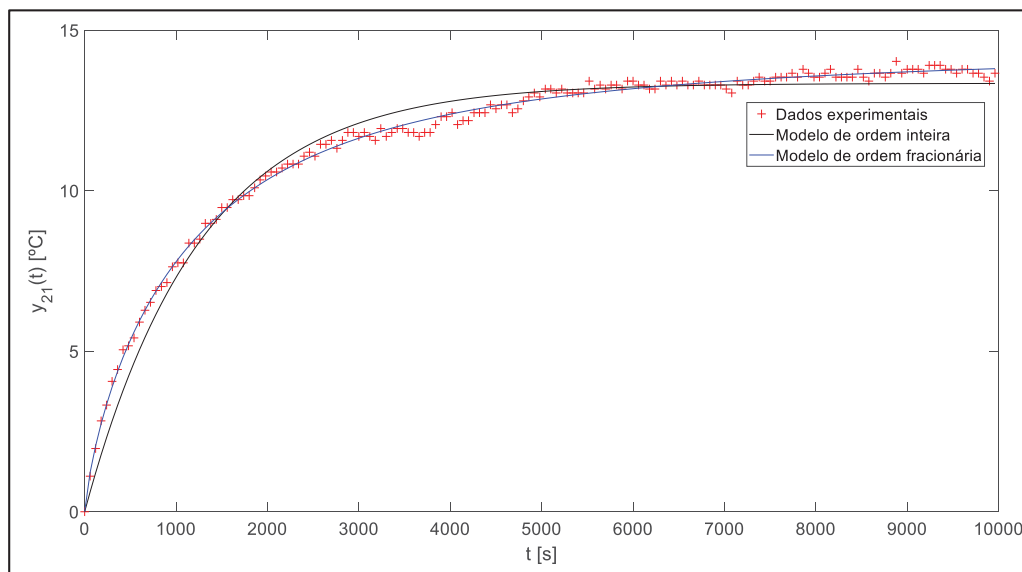


FIGURA 5.14: COMPARATIVO ENTRE OS MODELOS DE ORDEM INTEIRA E FRACIONÁRIA PARA GP21

FONTE: O Autor (2018).

Os resíduos (figura 5.15) não apresentam tendências relevantes para ambos os modelos, o que garante uma distribuição estatística uniforme para a função objetivo. Ao avaliar os dados observados e calculados por ambos os modelos (figura 5.16), os desvios dos modelos novamente encontram-se em torno da reta com coeficiente angular igual à unidade, não mostrando tendências de desvio. Novamente, fica evidente que o modelo de ordem fracionária se ajustou melhor aos dados experimentais.

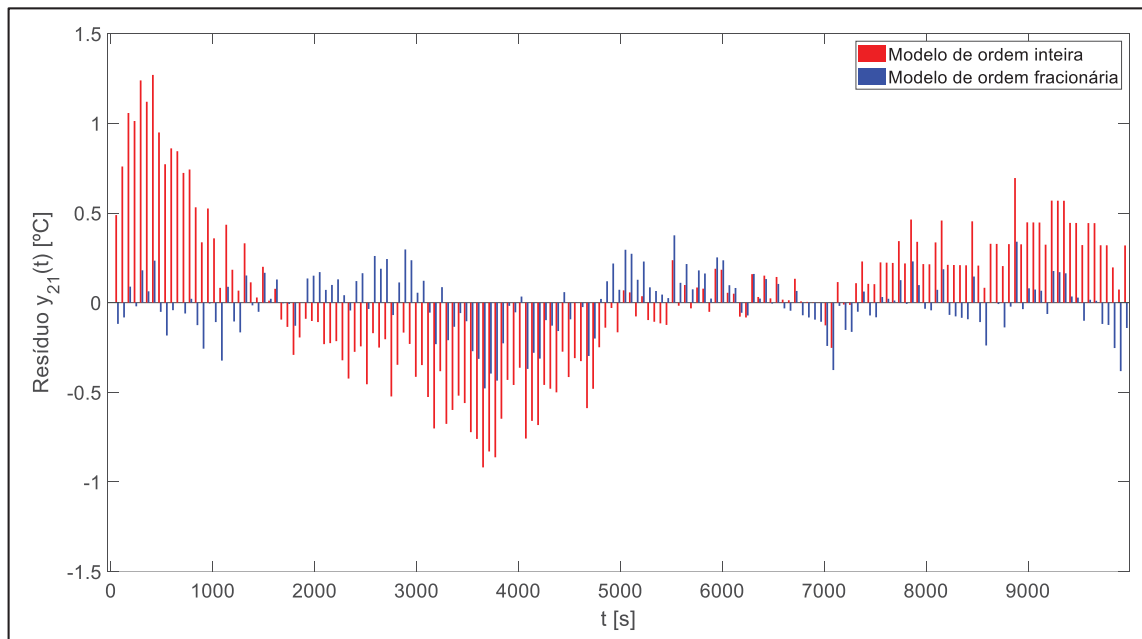


FIGURA 5.15: RESÍDUOS PARA CADA PONTO EXPERIMENTAL PARA GP21  
 FONTE: O Autor (2018).

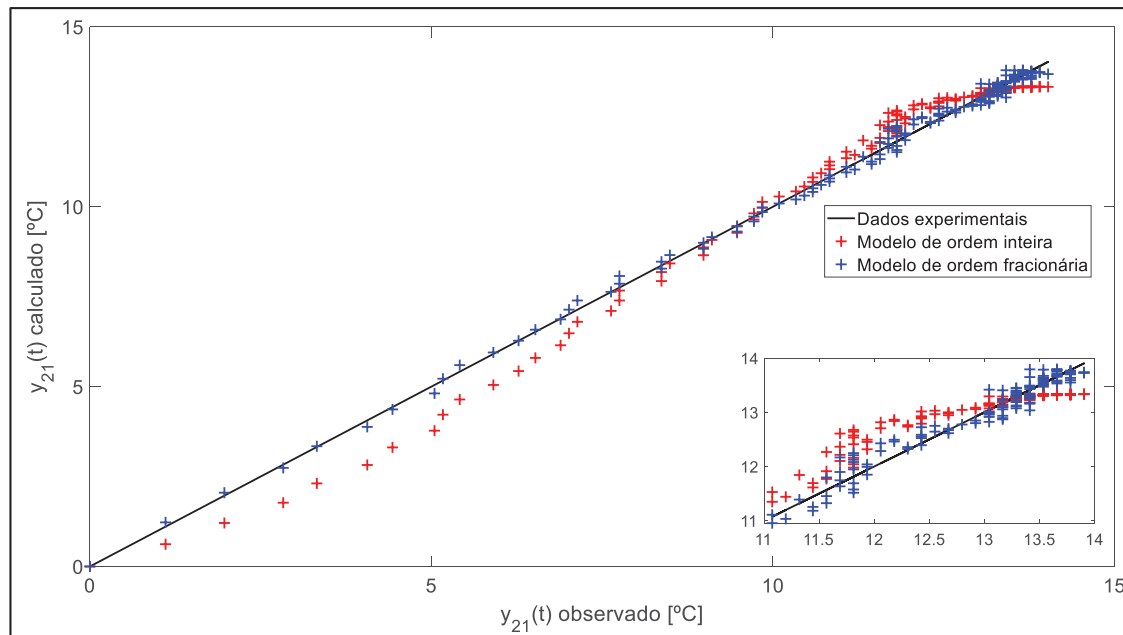


FIGURA 5.16: COMPARATIVO ENTRE VALORES OBSERVADOS E VALORES CALCULADOS PELOS MODELOS DE ORDEM INTEIRA E FRACIONÁRIA PARA GP21  
 FONTE: O Autor (2018).

Ao aplicar o teste de Williams-Kloot nos dois modelos propostos, foi obtido um coeficiente angular de  $0,49 \pm 0,06$  validando o modelo de ordem fracionária como sendo superior para prever os dados experimentais, comparado ao modelo de ordem inteira. Os resultados do teste estão presentes na figura 5.17.

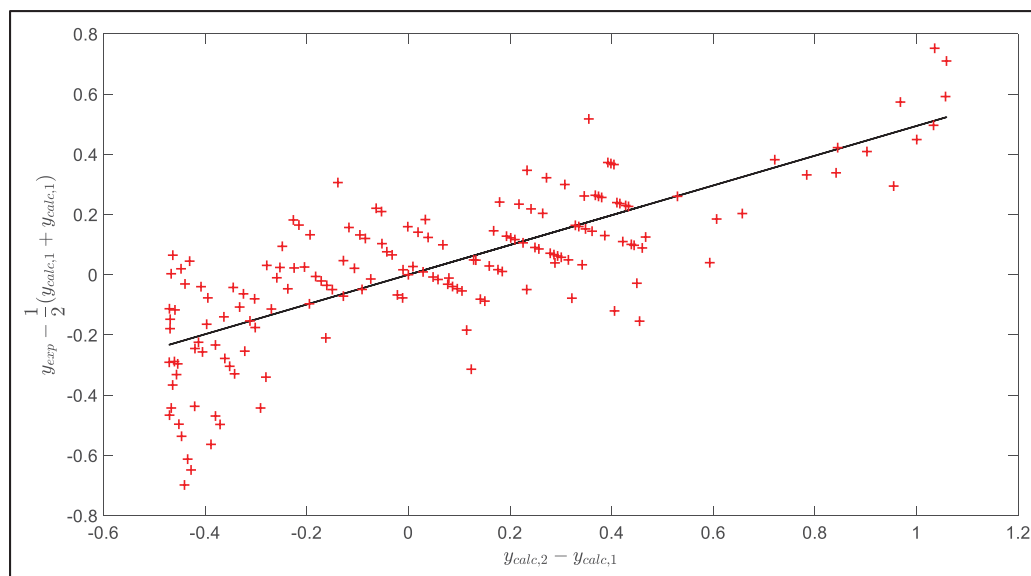


FIGURA 5.17: RESULTADO DO TESTE DE WILLIAMS-KLOOT PARA GP21  
 FONTE: O Autor (2018).

A análise da região de confiança dos parâmetros para  $G_{P21}$  é similar aos modelos propostos para luminosidade, entretanto estes modelos contam com um parâmetro a menos em cada modelo. Novamente, os resultados apresentados pelas figuras 5.18 e 5.19 para os modelos de ordem inteira e fracionária estão condizentes com os valores de correlação paramétrica apresentados na tabela 5.10. A maior correlação para o modelo de ordem fracionária é entre a constante de tempo e a ordem fracionária (0,985), onde na figura 5.19 observa-se pelo elipsoide mais alongado com correlação positiva.

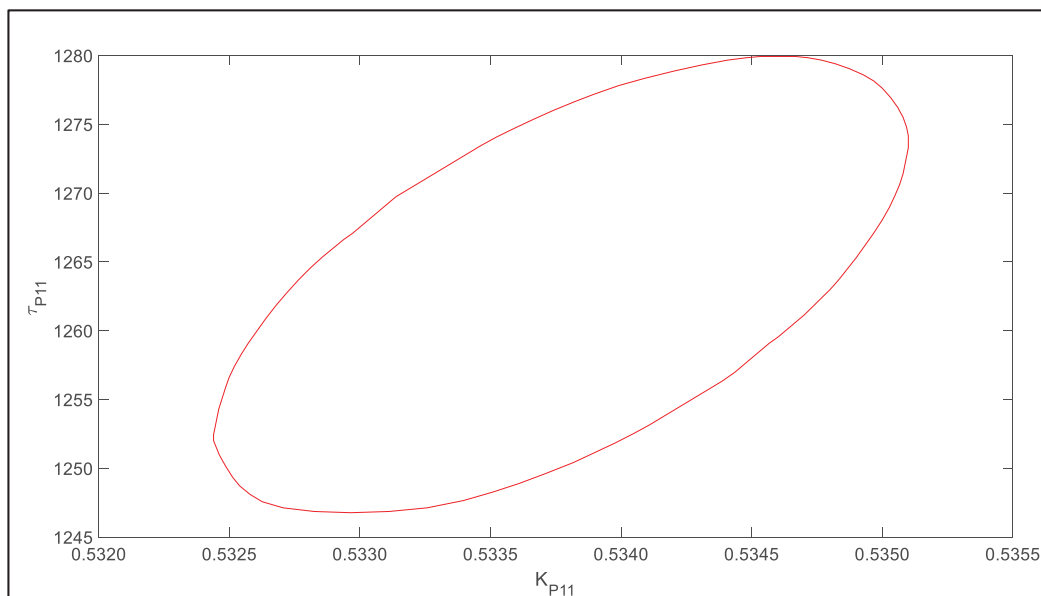


FIGURA 5.18: REGIÃO DE CONFIANÇA DOS PARÂMETROS PARA MODELO DE ORDEM INTEIRA PARA GP21

FONTE: O Autor (2018).

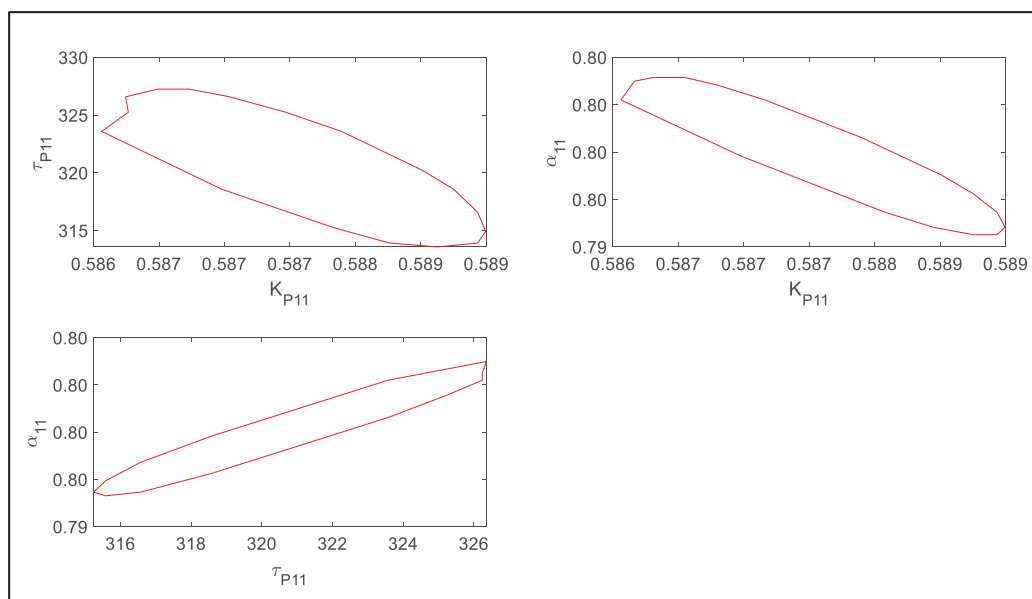


FIGURA 5.19: REGIÃO DE CONFIANÇA DOS PARÂMETROS PARA MODELO DE ORDEM FRACIONÁRIA PARA GP21

FONTE: O Autor (2018).

Como o modelo de ordem inteira possui apenas 2 parâmetros, é possível fazer uma análise adicional, plotando todos os pontos da FOBJ como função dos parâmetros. A figura 5.20 apresenta os resultados obtidos. A calota compreendida pelos pontos em azul é delimitada pela mesma região presente na figura 5.18. O valor mínimo da FOBJ, obtida através dos parâmetros médios estimados, encontra-se no centro da calota. Esta análise não é possível de ser feita para modelos com mais de 2 parâmetros.

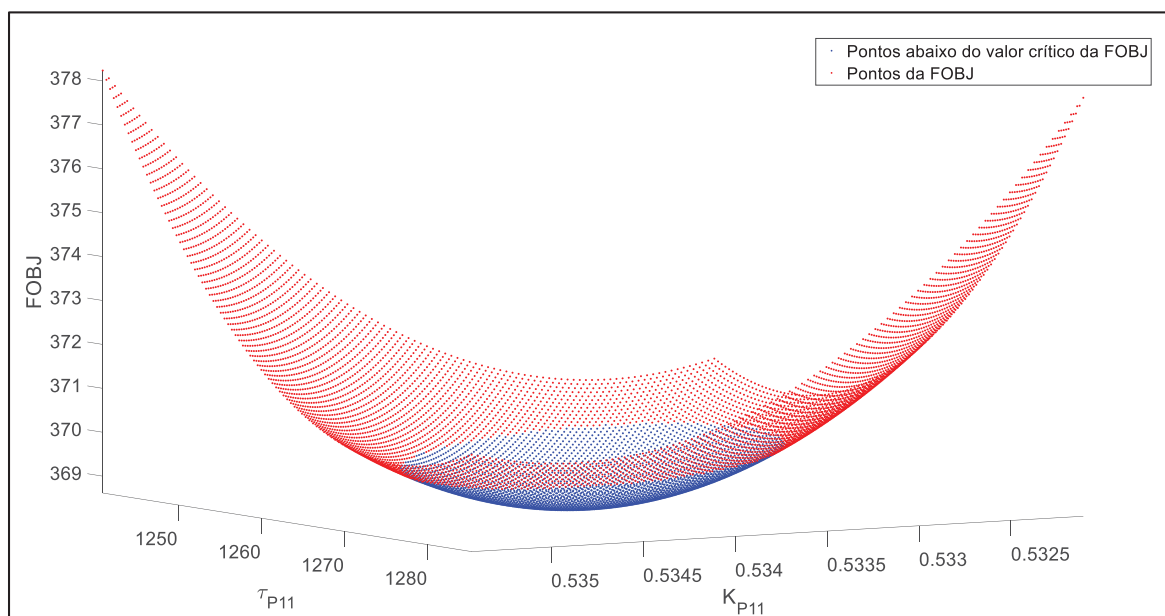


FIGURA 5.20: VALORES DA FOBJ COMO FUNÇÃO DOS PARÂMETROS PARA MODELO DE ORDEM INTEIRA PARA GP21  
 FONTE: O Autor (2018).

As figuras 5.21 e 5.22 apresentam os modelos de ordem inteira e fracionária com suas regiões de confiança paramétrica, respectivamente. Apesar do modelo de ordem inteira representar os dados experimentais de forma adequada ( $R = 0,991$ ) há perda da dinâmica inicial do processo (primeiros 1000s), fato este que não ocorre no modelo de ordem fracionária. Há pontos experimentais que estão fora da região de confiança paramétrica para o modelo fracionário. Como a região foi definida para 95% de confiança, o nível de ruído nas medições de temperatura pode ter gerado dados espúrios, mesmo com a aplicação do filtro digital utilizado.



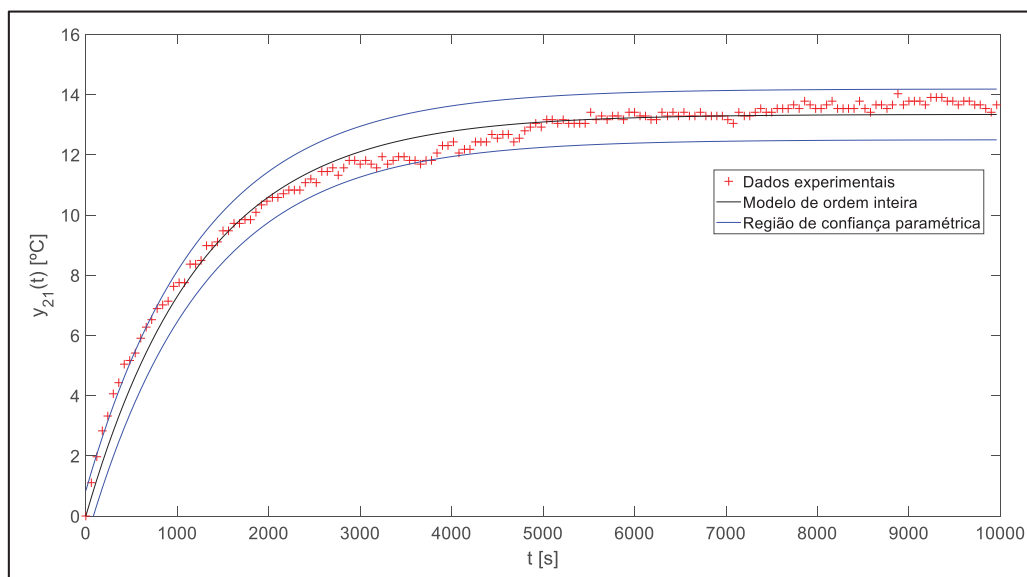


FIGURA 5.21: AJUSTE DO MODELO DE ORDEM INTEIRA COM A SUA REGIÃO DE CONFIANÇA PARAMÉTRICA PARA GP21

FONTE: O Autor (2018).

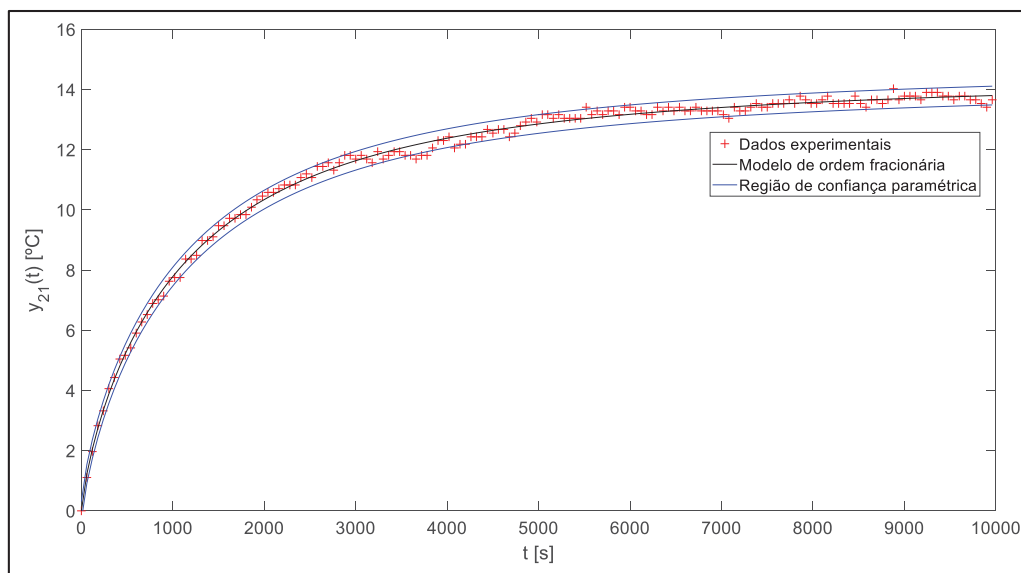


FIGURA 5.22: AJUSTE DO MODELO DE ORDEM FRACIONÁRIA COM A SUA REGIÃO DE CONFIANÇA PARAMÉTRICA PARA GP21

FONTE: O Autor (2018).

As funções para os modelos de ordem inteira e fracionária são:

$$G_{P21}^{\text{int}}(s) = \frac{K_{P21}}{\tau_{P12}s + 1} = \frac{0,5342 \pm 0,0011}{(1,263 \pm 0,015) \times 10^3 s + 1} \quad (5.36)$$

$$G_{P21}^{\text{frac}}(s) = \frac{K_{P21}}{\tau_{P21}s^{\alpha_{21}} + 1} = \frac{0,5824 \pm 0,0015}{(3,20 \pm 0,08) \times 10^2 s^{0,80 \pm 0,04} + 1} \quad (5.37)$$

### 5.2.3.3. G<sub>P22</sub>

A última função de transferência identificada (tabela 5.10) foi a que relaciona a temperatura com a tensão do ventilador, resultando em um modelo de ordem inteira e outro de ordem fracionária.

TABELA 5.10: RESULTADOS DA ESTIMAÇÃO PARAMÉTRICA PARA MODELOS DE ORDEM INTEIRA E FRACIONÁRIA PARA GP22

Parâmetro	Modelo	Modelo
	Ordem Inteira	Ordem Fracionária
M		-3
NE		500
$\overline{\Psi}_{22} \pm S_t S_{\Psi_{22}}$	$\begin{bmatrix} (-165,1 \pm 0,8) \times 10^{-3} \\ 181,9 \pm 8,4 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} (-182,1 \pm 1,0) \times 10^{-3} \\ 41,1 \pm 1,7 \\ 0,714 \pm 0,009 \end{bmatrix}$
FOBJ	45,2	6,7
$C_{\Psi_{22}}$	$\begin{bmatrix} 1 & -0,555 \\ -0,555 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0,647 & 0,854 \\ 0,647 & 1 & 0,934 \\ 0,854 & 0,934 & 1 \end{bmatrix}$
R	0,967	0,995

FONTE: O Autor, (2018)

A partir dos resultados da tabela 5.11, é possível observar que a coerência entre o degrau positivo na variável manipulada (tensão do ventilador) e o valor negativo no ganho da função de transferência, o que está condizente fisicamente: ao aumentar o fluxo de ar frio para o interior da câmara, há a redução da temperatura. Adicionalmente, a incerteza de  $\alpha_{22}$  somado à sua incerteza não ultrapassa a unidade, garantindo que o modelo é de ordem fracionária. Avaliando o valor de R, o ajuste do modelo fracionário também apresentou melhores resultados, com um resíduo da função objetivo 85% inferior em relação ao modelo de ordem inteira. Novamente há uma correlação elevada entre o parâmetro fracionário e os demais parâmetros, intrínseca do modelo proposto.

Uma análise importante diz respeito a dinâmica de  $G_{P22}$  quando comparado a  $G_{P21}$ , sendo que a constante de tempo do primeiro é de 1263s, já a última é de 181,9s indicando velocidades de resposta muito distintas, ou seja, a temperatura responde

mais rápido para mudanças na tensão do ventilador comparado a mudanças na tensão da lâmpada.

A partir da figura 5.23, o modelo fracionário novamente teve um ajuste melhor aos dados experimentais. Ao avaliar a distribuição dos resíduos (figura 5.24), inicialmente há um desvio negativo elevado para o modelo de ordem inteira, confirmando a falta de predição deste modelo especialmente nos instantes iniciais após o degrau. Analisando os desvios entre os valores observados e calculados (figura 5.25), o modelo de ordem fracionária ajusta melhor os dados observados, especialmente nos instantes iniciais. Não são observados desvios significativos para ambos os modelos, com relação aos valores observados, apresentando desempenho uniforme na região de experimentação.

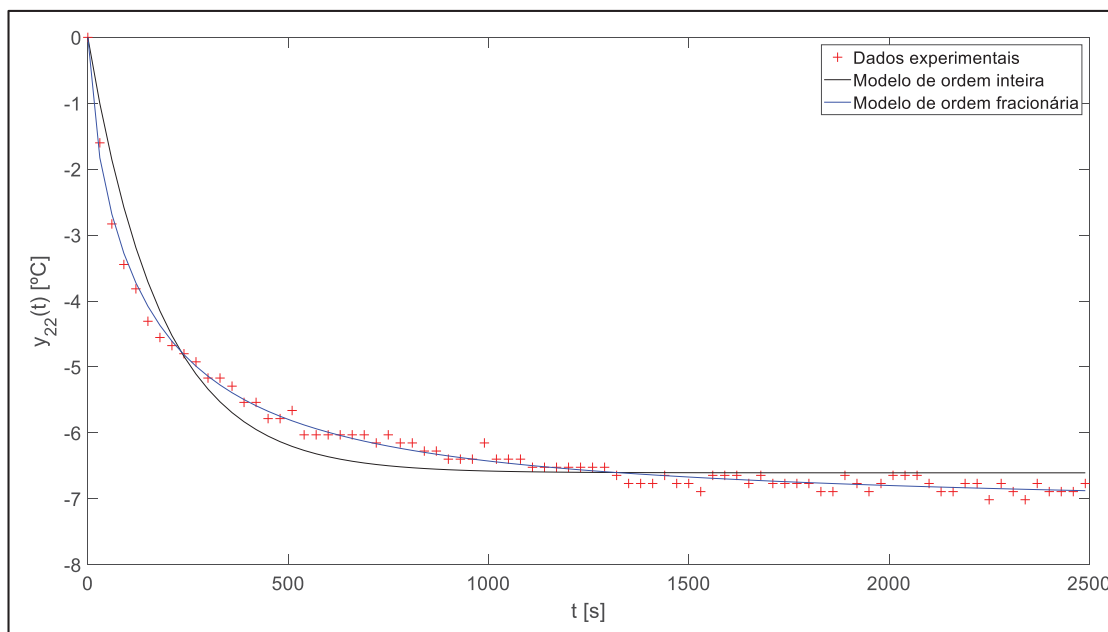


FIGURA 5.23: COMPARATIVO ENTRE OS MODELOS DE ORDEM INTEIRA E FRACIONÁRIA PARA GP22

FONTE: O Autor (2018).

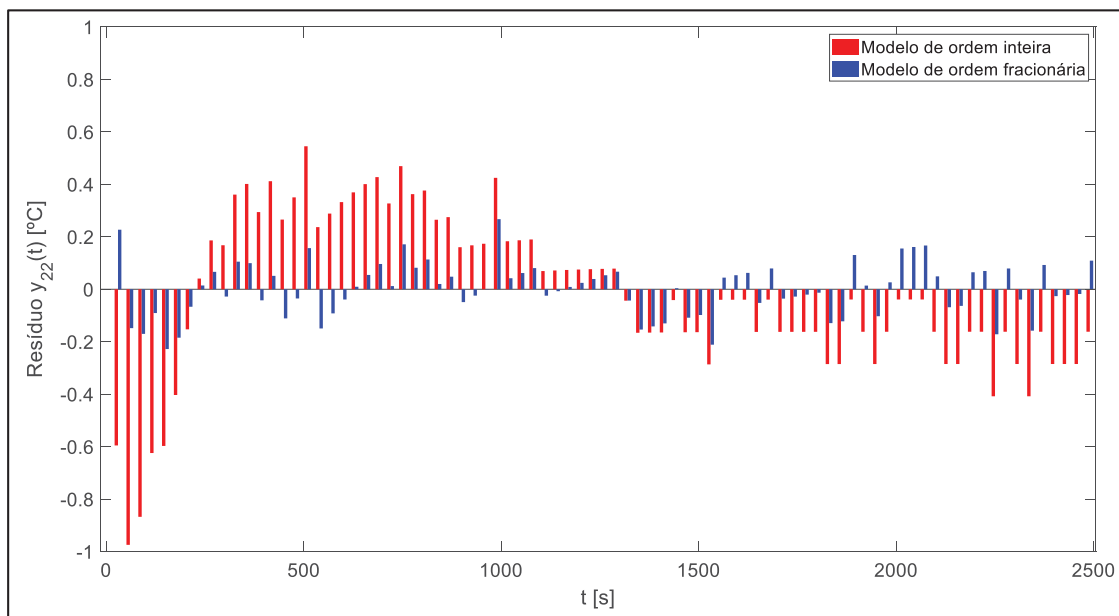


FIGURA 5.24: RESÍDUOS PARA CADA PONTO EXPERIMENTAL PARA GP22  
 FONTE: O Autor (2018).

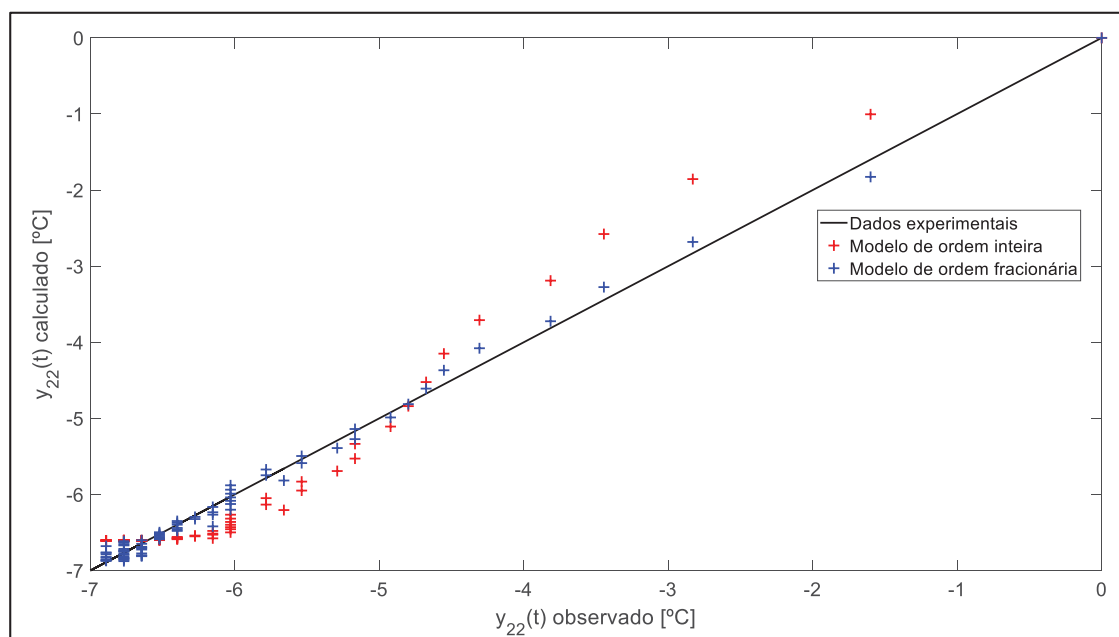


FIGURA 5.25: COMPARATIVO ENTRE VALORES OBSERVADOS E VALORES CALCULADOS  
 PELOS MODELOS DE ORDEM INTEIRA E FRACIONÁRIA PARA GP22  
 FONTE: O Autor (2018).

O resultado do teste de Williams-Kloot mostrou que o modelo de ordem fracionária (modelo 2) prediz melhor os dados experimentais, comparado ao modelo de ordem inteira. Das aplicações do teste para as funções de transferência em malha aberta, este foi o que apresentou uma maior diferença entre os dois modelos, onde o coeficiente angular da reta (figura 5.26) apresentou o valor de  $0,57 \pm 0,08$ , com um limite superior de 0,65 (quanto mais positivo o valor do coeficiente angular, conclui-se que o modelo 2 representa melhor os dados experimentais, comparado ao modelo 1).

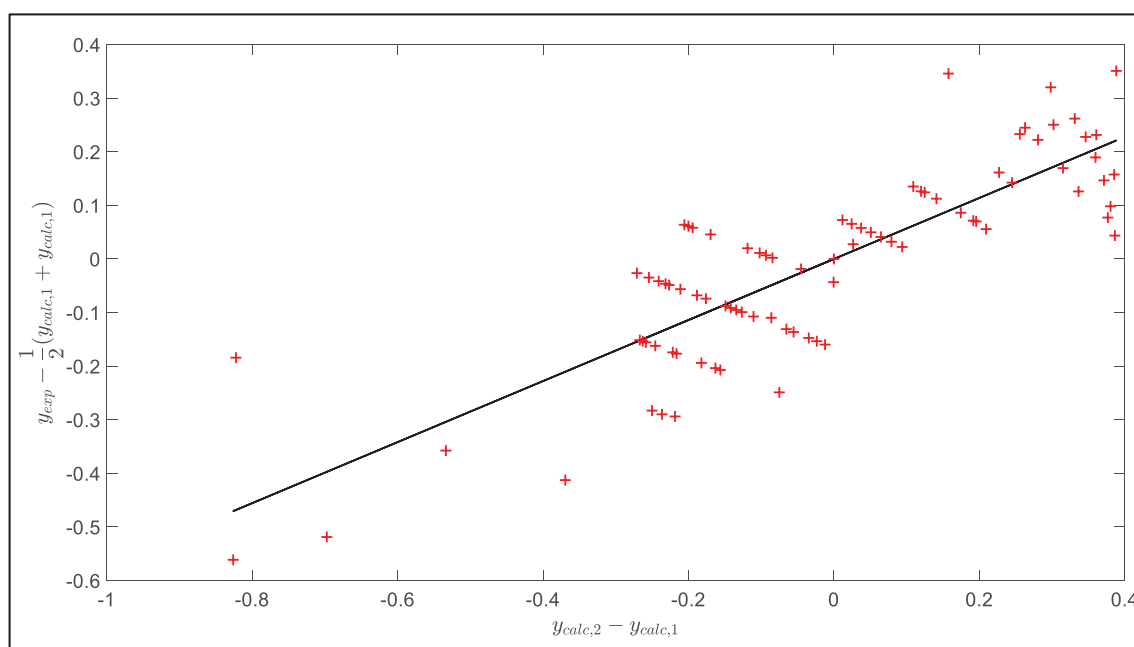


FIGURA 5.26: RESULTADO DO TESTE DE WILLIAMS-KLOOT PARA GP22  
FONTE: O Autor (2018).

As figuras 5.27 e 5.28 apresentam as regiões de confiança para os modelos de ordem inteira e fracionária, respectivamente. Ao contrário de  $G_{P21}$ , a correlação para o modelo de ordem inteira é ligeiramente inferior e negativa, originando uma elipse mais próxima a um círculo inclinado para a esquerda.

O resultado dos valores da FOBJ em relação aos parâmetros para o modelo de ordem inteira está presente na figura 5.29. Esta é similar à apresentada para  $G_{P21}$ , entretanto com outros limites paramétricos e valores da função objetivo. É ainda possível observar que a não-linearidade do modelo de ordem fracionária é mais alta,

com relação ao modelo de ordem inteira, pois a calota formada pela região de confiança, quando projetada no plano, aproxima-se de uma elipse.

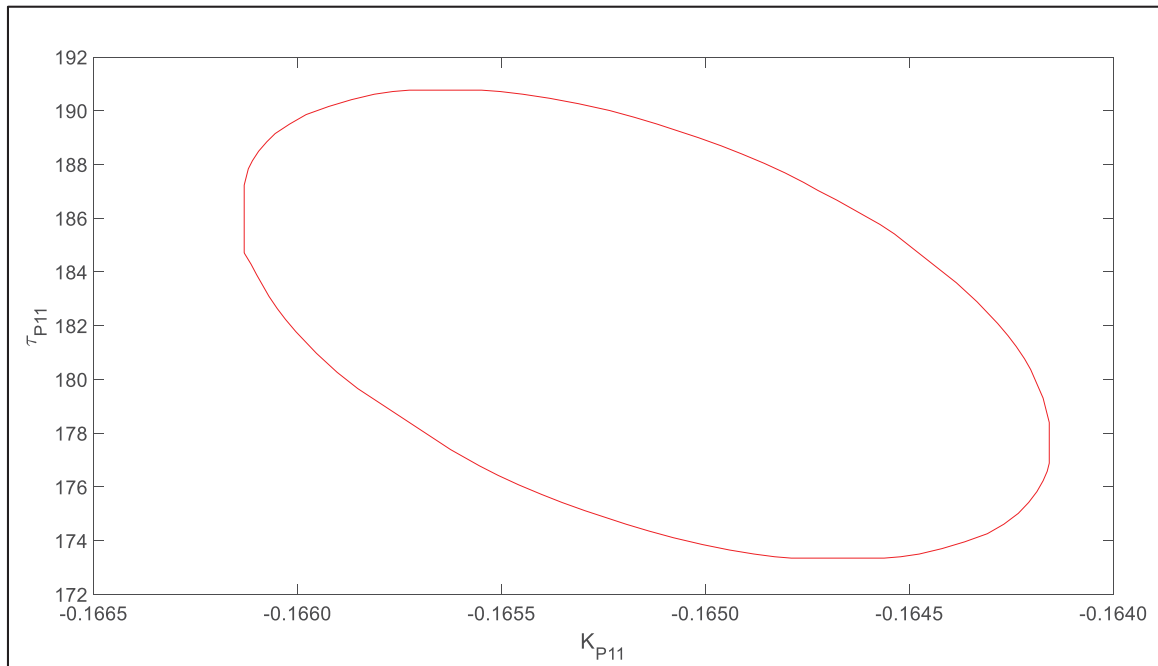


FIGURA 5.27: REGIÃO DE CONFIANÇA DOS PARÂMETROS PARA MODELO DE ORDEM INTEIRA PARA GP22

FONTE: O Autor (2018).

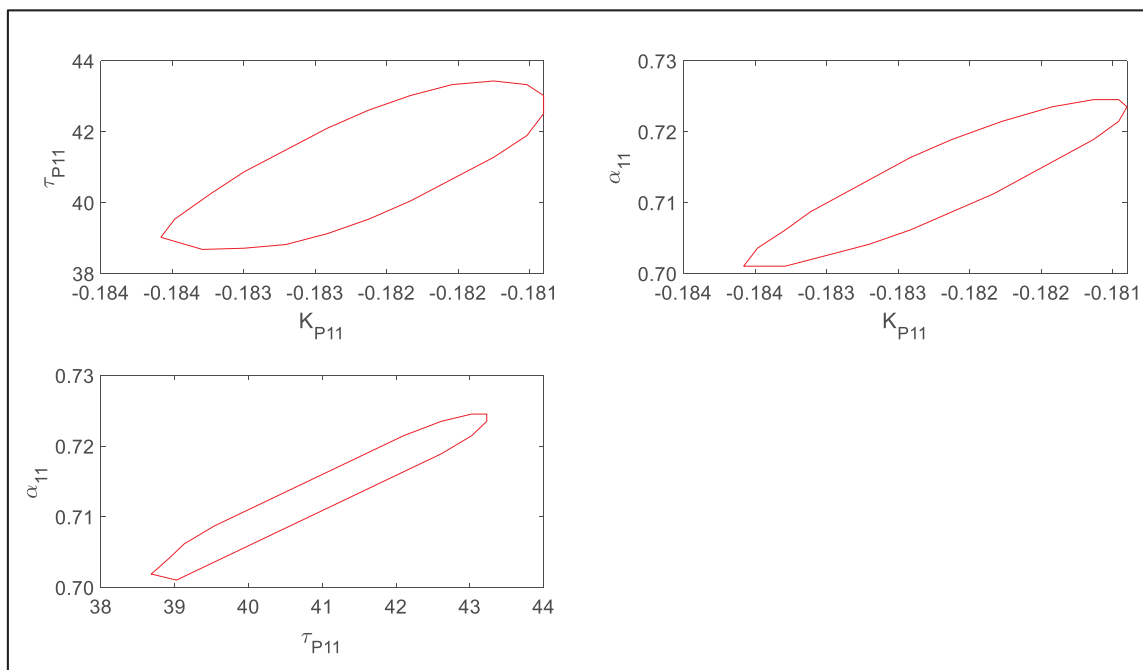


FIGURA 5.28: REGIÃO DE CONFIANÇA DOS PARÂMETROS PARA MODELO DE ORDEM FRACIONÁRIA PARA GP22

FONTE: O Autor (2018).

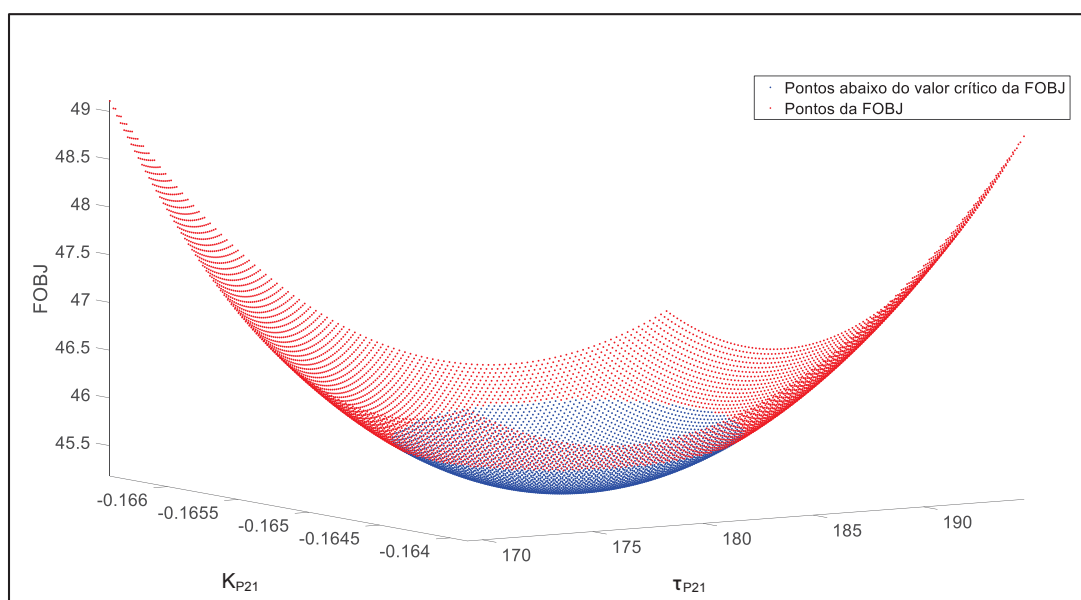


FIGURA 5.29: VALORES DA FOBJ COMO FUNÇÃO DOS PARÂMETROS PARA MODELO DE ORDEM INTEIRA PARA GP21

FONTE: O Autor (2018).



As figuras 5.30 e 5.31 apresentam os modelos ajustados com suas respectivas regiões de confiança paramétrica. Ambos os modelos foram capazes de prever os dados experimentais de forma adequada. Ao avaliar unicamente o modelo de ordem inteira (figura 5.30), alguns dos pontos experimentais iniciais poderiam ser considerados *outliers*, por estarem fora da região de confiança paramétrica. Entretanto, é possível observar no ajuste do modelo de ordem fracionária (figura 5.31) que estes pontos não são dados espúrios, mas sim fazem parte da dinâmica do processo. Esta é uma das vantagens fundamentais do modelo de ordem fracionária, pois ele representa melhor os processos reais, fato comprovado no procedimento de identificação em malha aberta, em especial para a função de transferência  $G_{P22}$ . Também há um estreitamento da região de confiança para o modelo fracionário, porque o modelo está mais próximo dos dados experimentais e, para o nível de confiança de 95%, a região necessária para conter os dados experimentais pode ser menor.

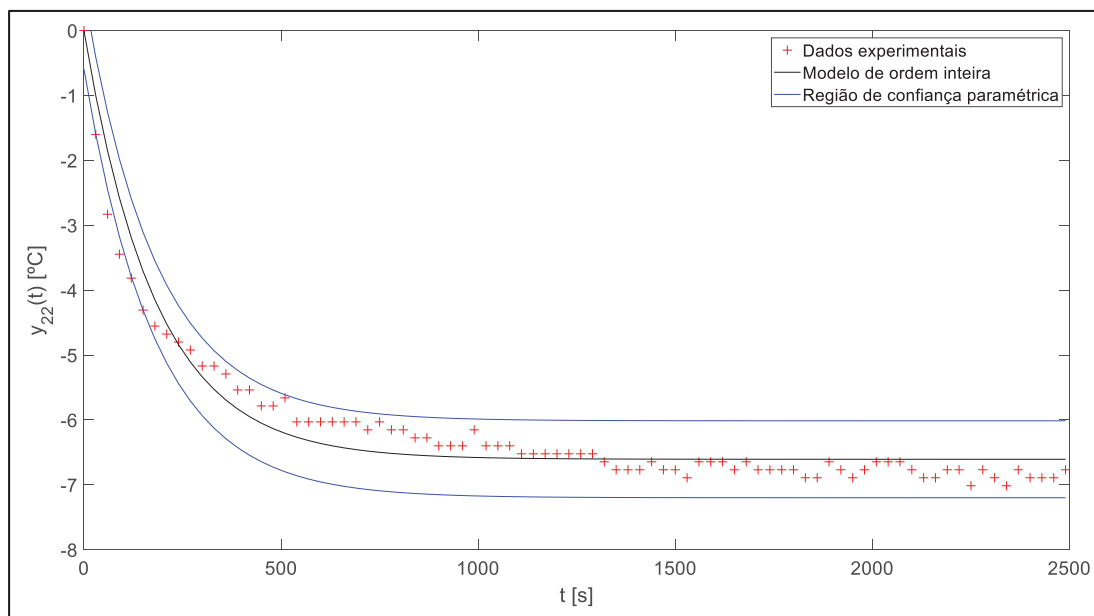


FIGURA 5.30: AJUSTE DO MODELO DE ORDEM INTEIRA COM A SUA REGIÃO DE CONFIANÇA PARAMÉTRICA PARA GP22

FONTE: O Autor (2018).

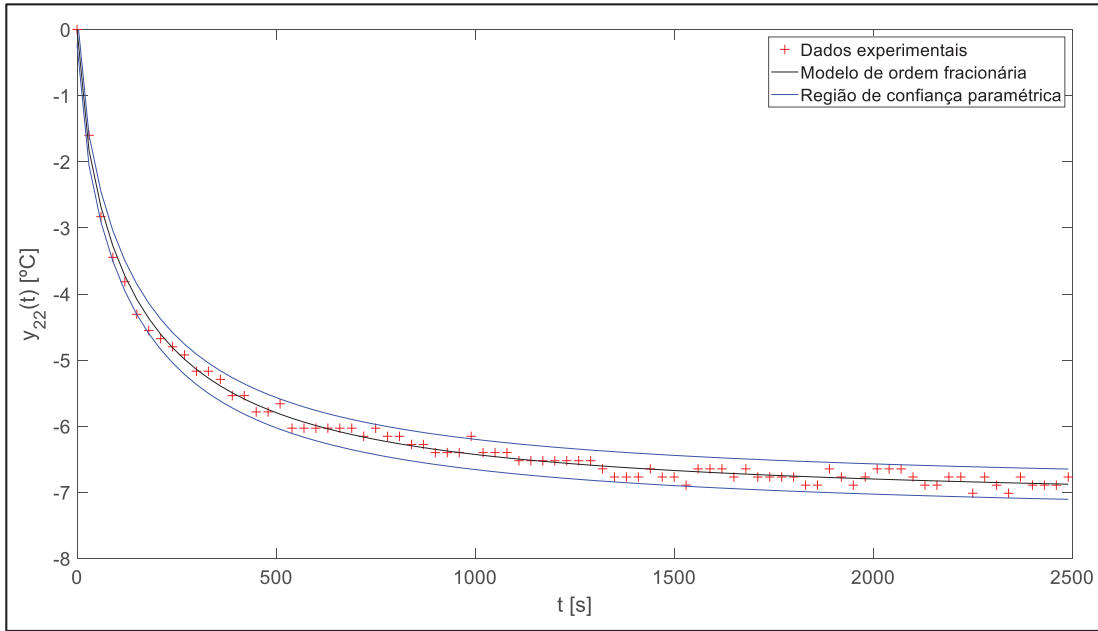


FIGURA 5.31: AJUSTE DO MODELO DE ORDEM FRACIONÁRIA COM A SUA REGIÃO DE CONFIANÇA PARAMÉTRICA PARA GP22

FONTE: O Autor (2018).

As funções dos modelos estão presentes abaixo:

$$G_{P22}^{\text{int}}(s) = \frac{K_{P22}}{\tau_{P22}s + 1} = \frac{(-165,1 \pm 0,8) \times 10^{-3}}{(181,9 \pm 8,4)s + 1} \quad (5.38)$$

$$G_{P22}^{\text{frac}}(s) = \frac{K_{P22}}{\tau_{P22}s^{\alpha_{22}} + 1} = \frac{(-182,1 \pm 1,0) \times 10^{-3}}{(41,1 \pm 1,7)s^{0,714 \pm 0,009} + 1} \quad (5.39)$$

### 5.3. Controlabilidade e Observabilidade

A matriz das funções de transferência do sistema TITO, no domínio de Laplace, é dada por:

$$G_p = \begin{bmatrix} \frac{14,48e^{-0,62s}}{3,87s+1} & 0 \\ \frac{0,534}{1,26 \times 10^3 s + 1} & \frac{-165 \times 10^{-3}}{1,81 \times 10^2 s + 1} \end{bmatrix} \quad (5.40)$$

Em espaço de estados,

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{A}^* \mathbf{x} + \mathbf{B}^* \mathbf{u} \\ y &= \mathbf{C}^* \mathbf{x} \end{aligned}$$

$$\mathbf{A}^* = \begin{bmatrix} -0,52 & -0,27 & 0 & 0 \\ 0,25 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -7,9 \times 10^{-4} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -5,5 \times 10^{-3} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{B}^* = \begin{bmatrix} 2,0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0,016 & 0 \\ 0 & 0,031 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{C}^* = \begin{bmatrix} 0 & 1,9 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,027 & -0,029 \end{bmatrix} \quad (5.41)$$

Este sistema possui 2 *inputs*, 2 *outputs* e 4 estados. A partir da matriz **C** fica claro que o estado representado pela relação entre luminosidade e tensão do ventilador não influencia o *output* 1, justamente por ser nulo. As matrizes de controlabilidade e observabilidade do sistema são apresentadas abaixo.

$$\mathbf{C}_o = \begin{bmatrix} 2,0 & 0 & -1,0 & 0 & 0,4 & 0 & -0,14 & 0 \\ 0 & 0 & 0,5 & 0 & -0,26 & 0 & 0,10 & 0 \\ 0,016 & 0 & -1,2 \times 10^{-5} & 0 & 9,8 \times 10^{-9} & 0 & -7,7 \times 10^{-12} & 0 \\ 0 & 0,03 & 0 & -1,7 \times 10^{-4} & 0 & 9,4 \times 10^{-7} & 0 & -5,2 \times 10^{-8} \end{bmatrix} \quad (5.42)$$

$$\mathbf{Ob} = \begin{bmatrix} 0 & 1,9 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,027 & -0,029 \\ 0,5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2,1 \times 10^{-5} & 1,6 \times 10^{-3} \\ -0,25 & -0,13 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1,7 \times 10^{-8} & -8,8 \times 10^{-7} \\ 0,10 & 0,07 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1,3 \times 10^{-11} & 4,8 \times 10^{-9} \end{bmatrix} \quad (5.43)$$

Os postos das matrizes **Co** e **Ob** são 4, a mesma dimensão da matriz quadrada **A\***, portanto o sistema é completamente observável e controlável, sendo que todos os estados presentes no sistema são conhecidos e possíveis de controlar através de uma lei de controle.

#### 5.4. Pareamento

Antes da sintonia dos controladores, é necessário realizar o pareamento, ou seja, destinar uma variável manipulada para manter uma variável controlada em seu *set-point*. Em um sistema multivariável, cada atuador pode influenciar mais de uma variável controlada, entretanto um atuador deve alterar seu esforço para trazer o *set-point* de uma variável controlada apenas, para a estratégia de controle utilizada.

A técnica desenvolvida por Bristol (1966), conhecida como RGA (*Relative Gain Array*) descreve uma metodologia para medir as interações entre as variáveis em um processo MIMO, sugerindo um pareamento adequado entre as variáveis controladas e manipuladas, através da avaliação do ganho em estado estacionário do processo. Esta técnica é válida apenas para processos com o mesmo número de MVs e CVs.

O ganho relativo é definido como:

$$\omega_{ij} \triangleq \frac{\left. \frac{\partial y_i}{\partial u_j} \right|_u}{\left. \frac{\partial y_i}{\partial u_j} \right|_y} = \frac{\text{ganho em malha aberta}}{\text{ganho em malha fechada}} \quad (5.44)$$

Para um processo TITO, a matriz de ganhos relativos é dada por:

$$\Omega = \begin{bmatrix} \omega_{11} & \omega_{12} \\ \omega_{21} & \omega_{22} \end{bmatrix} \quad (5.45)$$

Na matriz  $\Omega$ , a soma de qualquer linha ou coluna é igual a unidade. O pareamento feito foi adequado se os valores de  $\omega_{ij}$  forem positivos (BRISTOL, 1966).

A partir da equação 5.44:

$$\omega_{11} = \frac{1}{1 - \frac{K_{P12}K_{P21}}{K_{P11}K_{P22}}} \quad (5.46)$$

Pelas definições apresentadas:

$$\begin{aligned} \omega_{11} &= \omega_{22} \\ \omega_{12} &= 1 - \omega_{11} \end{aligned} \quad (5.47)$$

Finalmente, a matriz  $\Omega$  pode ser descrita em termos de  $\omega_{11}$ :

$$\Omega = \begin{bmatrix} \omega_{11} & 1 - \omega_{11} \\ 1 - \omega_{11} & \omega_{11} \end{bmatrix} \quad (5.48)$$

Como, para o sistema descrito pela equação 5.40, o valor de  $K_{P12}$  é 0 e, a partir da equação 5.46, o valor de  $\omega_{11}$  é igual a 1, resultando na matriz:

$$\Omega = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5.49)$$

De acordo com Seborg et al. (2004), valores de  $\omega_{ij}$  próximos a 1 resultam em um sistema com um fraco acoplamento, ou seja, alterações em uma malha irão ter pouca ou nenhuma influência sobre a outra. Fisicamente, a luminosidade não é afetada por alterações na tensão do ventilador, entretanto a temperatura é afetada por alterações da tensão da lâmpada, tornando este sistema parcialmente acoplado.

Ao avaliar as constantes de tempo de  $G_{P21}$  e  $G_{P22}$ , pode-se observar que a função de transferência cruzada possui uma dinâmica quase 7 vezes mais lenta. Dada esta característica do processo, e considerando que o acoplamento é apenas parcial, é possível sintonizar os controladores de forma independente, resultando em duas malhas SISO para sintonia dos controladores:

- Malha 1:
  - CV: luminosidade;
  - MV: tensão da lâmpada.
- Malha 2:
  - CV: temperatura;
  - MV: tensão do ventilador.

## 5.5. Identificação do Processo em Malha Fechada SISO

A partir do resultado do pareamento, foram feitos os procedimentos de identificação em malha considerando dois processos independentes, sendo a malha

1 a luminosidade pareada com a tensão da lâmpada e a malha 2 a temperatura pareada com a tensão do ventilador

### 5.5.1. Malha 1

#### 5.5.1.1. Sintonia do Controlador

Inicialmente, foi necessário sintonizar um controlador a partir do modelo identificado em malha aberta. Para a malha 1 foi escolhido o método IMC. Este método de sintonia é baseado no modelo do processo, sendo muito bom para validar o procedimento de identificação realizado. Uma das vantagens em relação a outros métodos baseados em modelo, como o da síntese direta, é que o IMC é mais suscetível a incertezas do modelo, bem como a possibilidade de optar por robustez ou performance (SEBORG et al., 2004).

Considerando um controlador PI na forma  $G_{C1} = K_{C1} + \frac{K_{I1}}{s}$  e um processo de 2ª ordem criticamente amortecido com tempo morto, os parâmetros do controlador são (SEBORG et al., 2004):

$$K_{C1} = \frac{1}{K_{P11}} \frac{2\tau_{P11}}{\tau_C + \theta_{11}} \quad (5.50)$$

$$K_{I1} = \frac{K_{C1}}{2\tau_{P11}} \quad (5.51)$$

O parâmetro  $\tau_C$  deve ser selecionado, onde valores elevados resultam em controladores mais conservadores. Skogestad (2003) sugere que o valor de  $\tau_C$  seja igual ao tempo morto para uma resposta rápida com uma boa margem de robustez.

Como os parâmetros do modelo possuem incertezas, é possível propagar a incerteza para os parâmetros do controlador, através da análise das derivadas parciais (OTTO, 2017). Portanto, é preciso derivar as equações 5.50 e 5.51 em relação a  $K_{P11}$ ,  $\tau_{P11}$  e  $\theta_{11}$ :

$$\begin{aligned}
 s^2 \{K_{C1}\} &= \left( \frac{\partial K_{C1}}{\partial K_{P11}} \right)^2 s_{K_{P11}}^2 + \left( \frac{\partial K_{C1}}{\partial \tau_{P11}} \right)^2 s_{\tau_{P11}}^2 + \left( \frac{\partial K_{C1}}{\partial \theta_{11}} \right)^2 s_{\theta_{11}}^2 + \\
 &\quad 2 \left( \frac{\partial K_{C1}}{\partial K_{P11}} \frac{\partial K_{C1}}{\partial \tau_{P11}} s_{K_{P11}-\tau_{P11}} + \frac{\partial K_{C1}}{\partial K_{P11}} \frac{\partial K_{C1}}{\partial \theta_{11}} s_{K_{P11}-\theta_{11}} + \frac{\partial K_{C1}}{\partial \tau_{P11}} \frac{\partial K_{C1}}{\partial \theta_{11}} s_{\tau_{P11}-\theta_{11}} \right) \\
 \frac{\partial K_{C1}}{\partial K_P} &= -\frac{2\tau_{P11}}{(\tau_C + \theta_{11})K_{P11}^2} \\
 \frac{\partial K_{C1}}{\partial \tau_P} &= \frac{2}{(\tau_C + \theta_{11})K_{P11}} \\
 \frac{\partial K_{C1}}{\partial \theta} &= -\frac{2\tau_{P11}}{(\tau_C + \theta_{11})^2 K_{P11}}
 \end{aligned} \tag{5.52}$$

$$\begin{aligned}
 s^2 \{K_{I1}\} &= \left( \frac{\partial K_{I1}}{\partial K_{P11}} \right)^2 s_{K_{P11}}^2 + \left( \frac{\partial K_{I1}}{\partial \theta_{11}} \right)^2 s_{\theta_{11}}^2 + 2 \frac{\partial K_{I1}}{\partial K_{P11}} \frac{\partial K_{I1}}{\partial \theta_{11}} s_{K_{P11}-\theta_{11}} \\
 \frac{\partial K_{I1}}{\partial K_{P11}} &= -\frac{1}{(\tau_C + \theta_{11})K_{P11}^2} \\
 \frac{\partial K_{I1}}{\partial \theta} &= -\frac{1}{(\tau_C + \theta_{11})^2 K_{P11}}
 \end{aligned} \tag{5.53}$$

Nas equações 5.52 e 5.53, o valor de  $s_i^2$  representa a variância do parâmetro e o valor de  $s_{i-j}$ ,  $i \neq j$  representa o valor da covariância entre os parâmetros  $i$  e  $j$ .

Finalmente, a incerteza dos parâmetros do controlador será dado pela raiz quadrada da variância multiplicada pela distribuição de Student:

$$\begin{aligned}
 K_{C1} &= \hat{K}_{C1} \pm S_t \sqrt{s^2 \{K_{C1}\}} \\
 K_{I1} &= \hat{K}_{I1} \pm S_t \sqrt{s^2 \{K_{I1}\}}
 \end{aligned} \tag{5.54}$$



A tabela 5.11 resume os resultados da sintonia pelo método IMC. O valor de  $\tau_C$  foi escolhido através de simulações em malha fechada. O intervalo de confiança para os parâmetros do controlador é para 95% de confiança.

TABELA 5.11: SINTONIA DO CONTROLADOR DA MALHA 1 PELO MÉTODO IMC

Parâmetro	Valor
$K_{P11}$	14,48
$T_{P11}$	3,88
$\theta_{11}$	0,62
$\tau_C$	4,25
$K_{C1}$	$(109,6 \pm 3,2) \times 10^{-3}$
$K_{I1}$	$(1416,1 \pm 3,2) \times 10^{-5}$

FONTE: O Autor (2018).

A lei de controle utilizada foi, portanto:

$$G_{C1} = \frac{U_1(s)}{E_1(s)} = 0,1096 + \frac{0,0142}{s} \quad (5.55)$$

Na Equação 5.55,  $U_1(s)$  representa o esforço do controlador e  $E_1(s)$  o erro entre a CV e o SP. Para ser possível implementar o controlador no software, foi necessário discretizar o modelo contínuo. A lei de controle foi discretizada para utilizar o PI na forma posição, conforme apresentado abaixo:

$$u_{1,k} = 0,1096e_k + 0,0142 \sum_{j=1}^k e_j \quad (5.56)$$

A figura 5.32 apresenta a localização dos polos do sistema em malha fechada. Pode-se observar que todos os polos possuem parte real negativa, garantindo estabilidade do sistema.

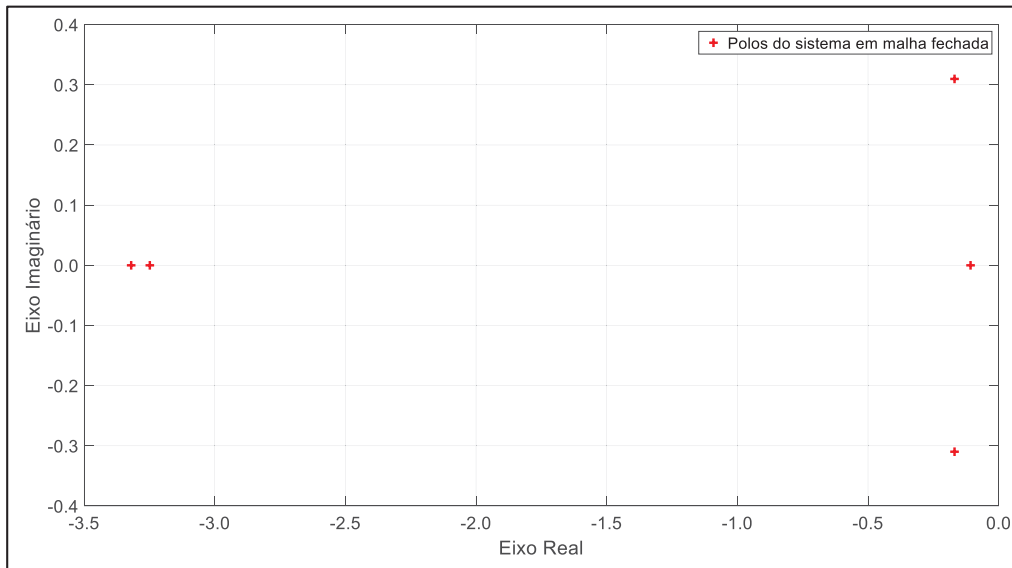


FIGURA 5.32: LOCALIZAÇÃO DOS POLOS PARA MALHA 1

FONTE: O Autor (2018).

#### 5.5.1.2. Identificação e Ressintonia

Foi realizado um experimento em malha fechada e feita a identificação dos parâmetros do processo. As funções de transferência para os modelos de ordem inteira e fracionária são, respectivamente:

$$Y_1^{\text{int}}(s) = \frac{G_{P11}G_{C1}}{1 + G_{P11}G_{C1}} = \frac{K_{P11}(K_{C1}s + K_{I1})e^{-\theta_{11}s}}{K_{P11}(K_{C1}s + K_{I1})e^{-\theta_{11}s} + s(\tau_{P11}s + 1)^2} \frac{M_1}{s} \quad (5.57)$$

$$Y_1^{frac}(s) = \frac{G_{P11}G_{C1}}{1+G_{P11}G_{C1}} = \frac{K_{P11}(K_{C1}s + K_{I1})e^{-\theta_{11}s}}{K_{P11}(K_{C1}s + K_{I1})e^{-\theta_{11}s} + s(\tau_{P11}s^{\alpha_{11}} + 1)^2} \frac{M_1}{s} \quad (5.58)$$

O procedimento de identificação foi similar ao realizado para malha aberta, onde foi dado um degrau no valor do SP de amplitude  $M_1$ . A tabela 5.12 apresenta os resultados obtidos.

TABELA 5.12: RESULTADOS DA ESTIMAÇÃO PARAMÉTRICA PARA MODELOS DE ORDEM INTEIRA E FRACIONÁRIA PARA MALHA 1

Parâmetro	Modelo	Modelo
	Ordem Inteira	Ordem Fracionária
$M_1$		350
NE		58
$\overline{\Psi}_{11} \pm S_t S_{\Psi_{11}}$	$\begin{bmatrix} 15,03 \pm 0,30 \\ 4,42 \pm 0,09 \\ 0,45 \pm 0,07 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 16,36 \pm 0,09 \\ 3,864 \pm 0,025 \\ 1,032 \pm 0,026 \\ 0,918 \pm 0,003 \end{bmatrix}$
FOBJ	939	23,0
$\mathbf{C}_{\Psi_{11}}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0,685 & -0,475 \\ 0,685 & 1 & -0,694 \\ -0,475 & -0,694 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & -0,213 & 0,343 & -0,714 \\ -0,213 & 1 & -0,921 & 0,791 \\ 0,343 & -0,921 & 1 & -0,829 \\ -0,714 & 0,791 & -0,829 & 1 \end{bmatrix}$
R	0,999	0,999

FONTE: O Autor (2018).

Os dados obtidos para os parâmetros tanto para os modelos de ordem inteira quanto fracionário foram muito similares aos obtidos na identificação em malha aberta. Isso comprova a eficácia do método de identificação utilizado para a malha 1. As correlações paramétricas, apesar de apresentarem o mesmo sinal quando

comparadas à identificação em malha aberta, apresentaram valores ligeiramente mais elevados. Como a equação do modelo é mais complexa, é provável que a correlação tenha aumentado devido a multiplicações entre parâmetros estimados.

A partir dos parâmetros do modelo, foi feita ressintonia do controlador a partir da metodologia desenvolvida em 5.5.1.1. A tabela 5.13 apresenta os parâmetros atualizados dos controladores. Os parâmetros utilizados na simulação em malha fechada eram  $K_{C1}=0,1096$  e  $K_{I1}=0,0142$  e, após ressintonia, foram obtidos valores muito próximos ( $K_{C1}=0,1255$  e  $K_{I1}=0,0142$ ). Como a correlação entre os parâmetros elevou-se na identificação em malha fechada, a incerteza paramétrica do controlador também teve uma elevação.

TABELA 5.13: RESSINTONIA DO CONTROLADOR DA MALHA 1 PELO MÉTODO IMC

Parâmetro	Valor
$K_{P11}$	15,03
$T_{P11}$	4,42
$\theta_{11}$	0,45
$T_C$	4,22
$K_{C1}$	$(125,5 \pm 5,0) \times 10^{-3}$
$K_{I1}$	$(1419,3 \pm 2,7) \times 10^{-5}$

FONTE: O Autor (2018).

Após ressintonia, a nova lei de controle, em sua forma discretizada, foi:

$$u_{1,k} = 0,1255e_k + 0,0142 \sum_{j=1}^k e_j \quad (5.59)$$

A figura 5.33 apresenta os polos do sistema após ressintonia, juntamente com os polos obtidos na sintonia inicial. Os polos reais afastaram-se da região de instabilidade, o que garante um controlador mais estável.

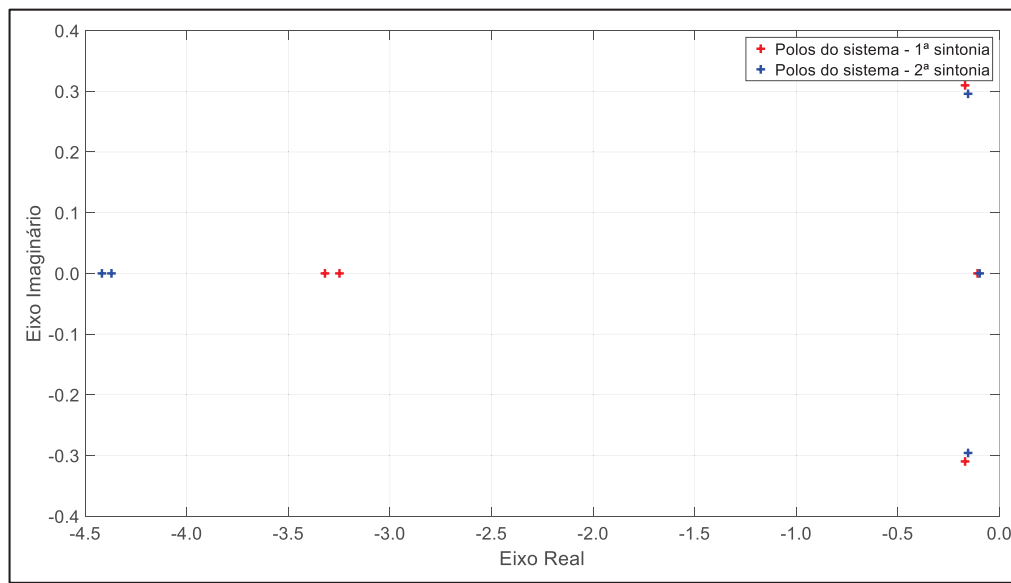


FIGURA 5.33: LOCALIZAÇÃO DOS POLOS EM MALHA FECHADA APÓS RESSINTONIA DO CONTROLADOR PARA MALHA 1

FONTE: O Autor (2018).

#### 5.5.1.3. Comparativo entre Modelos e Experimento

Inicialmente, foi realizado um experimento independente, sendo que neste experimento não foi realizada a identificação da planta, com o intuito de comparar este experimento com os modelos identificados de ordem inteira e fracionária, em malha aberta e fechada.

Para validação dos modelos, foram utilizados os critérios de erro integral na sua forma discreta (SEBORG et al., 2004):

$$\begin{aligned}
 IAE &= \sum_{i=0}^{NE} |e_k| \\
 ISE &= \sum_{i=0}^{NE} e_k^2 \\
 ITAE &= \sum_{i=0}^{NE} t_k |e_k|
 \end{aligned}
 \tag{5.60}$$

Os critérios de desempenho apresentados na equação 5.60 foram calculados para a simulação realizada com a sintonia inicial (simulação 1) e também para a simulação realizada após a ressintonia do controlador (simulação 2). Para efeito comparativo, as variáveis dependentes foram divididas pelo valor do degrau, sendo que o valor da luminosidade em estado estacionário é igual à unidade.

A tabela 5.14 apresenta os resultados para os critérios de desempenho. Houve uma redução para todos os critérios avaliados, sendo que o valor mais significativo foi para o ITAE, onde observou-se uma redução de quase 7% após a ressintonia do controlador com o modelo identificado em malha fechada.

TABELA 5.14: COMPARATIVO DOS CRITÉRIOS DE DESEMPENHO DO CONTROLADOR PARA A SINTONIA INICIAL E RESSINTONIA PARA MALHA 1

	Critério		
	IAE	ISE	ITAE
Simulação 1	6,31	4,45	27,1
Simulação 2	6,07	4,27	25,3

FONTE: O Autor (2018).

Foram avaliados os modelos identificados em malha aberta e malha fechada, tanto para ordem inteira quanto fracionária. Os critérios de erro calculados através do modelo foram comparados com os observados através de uma simulação experimental independente, onde não foram identificados os parâmetros do modelo para este experimento. Os resultados estão presentes na tabela 5.15.

TABELA 5.15: COMPARATIVO DOS CRITÉRIOS DE DESEMPENHO PARA OS MODELOS PROPOSTOS PARA MALHA 1

Variável Dependente		Critério		
		IAE	ISE	ITAE
	Experimental	6,07	4,27	25,32
Malha	Modelo de Ordem Inteira	5,91	3,94	30,45
Aberta	Modelo de Ordem Fracionária	5,84	4,01	28,02
Malha	Modelo de Ordem Inteira	6,18	4,10	30,96
Fechada	Modelo de Ordem Fracionária	5,93	4,20	24,17

FONTE: O Autor (2018).

A partir da tabela 5.15, observa-se que, independente do critério utilizado, os valores obtidos para os modelos em malha fechada aproximaram-se mais dos valores reais, calculados através dos dados experimentais. Apenas para o IAE que o modelo de ordem inteira se aproximou mais do valor experimental. Portanto, quando possível, é vantajoso realizar a identificação em malha fechada. Para métodos de sintonia de controlador baseados em modelo, é mais adequado o uso do modelo de ordem fracionária, pois este pode representar melhor os critérios de desempenho de malha, comparado ao valor obtido experimentalmente e assim sendo possível avaliar a performance do controlador por meio de simulações antes de realizar a alteração em campo.

Foram também obtidas as respostas em malha fechada considerando os 4 modelos apresentados acima, comparados com os dados experimentais independentes, tanto para a variável controlada como manipulada. O cálculo do esforço do controlador foi feito através da equação abaixo:

$$u_k = \bar{u} + K_C (y_k^{\text{exp}} - y_k^{\text{calc}}) + K_I \sum_{i=1}^k (y_k^{\text{exp}} - y_k^{\text{calc}}) \quad (5.61)$$

As figuras 5.34 e 5.35 apresentam o comparativo dos modelos com o experimento para a variável controlada e a variável manipulada, respectivamente. Em ambas figuras, os modelos obtidos na identificação em malha fechada puderam representar melhor os dados experimentais. Pelo detalhe da figura 5.34, observa-se que a dinâmica inicial do processo foi melhor representada pelos modelos identificados em malha fechada. Para o esforço do controlador, o modelo que melhor representou os dados foi o de ordem fracionária obtido em malha fechada. É possível observar ainda que, para o esforço do controlador, o ponto inicial é igual para todos os modelos, sendo apenas o erro multiplicado pelo ganho proporcional, sem haver efeito do termo integral da lei de controle. A importância de se ter um bom modelo para representar o esforço do controlador é poder fazer uma avaliação do gasto energético do atuador por meio de simulação, avaliando assim a relação custo-benefício de resintonizar o controlador.

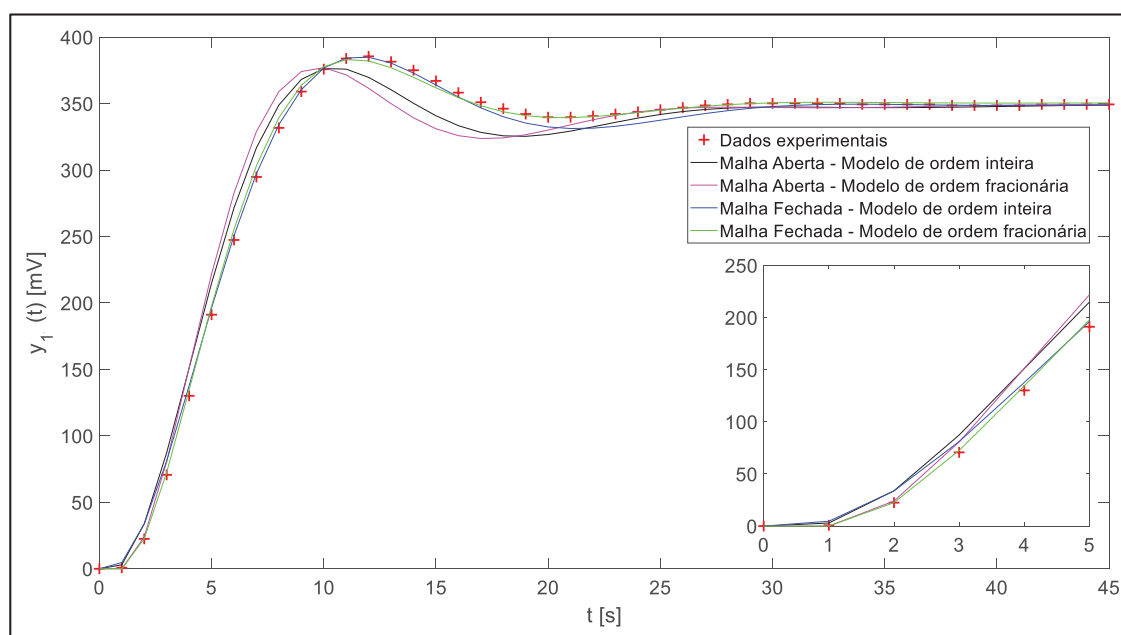


FIGURA 5.34: COMPARATIVO DOS MODELOS E SIMULAÇÃO EXPERIMENTAL PARA VARIÁVEL DEPENDENTE PARA MALHA 1

FONTE: O Autor (2018).



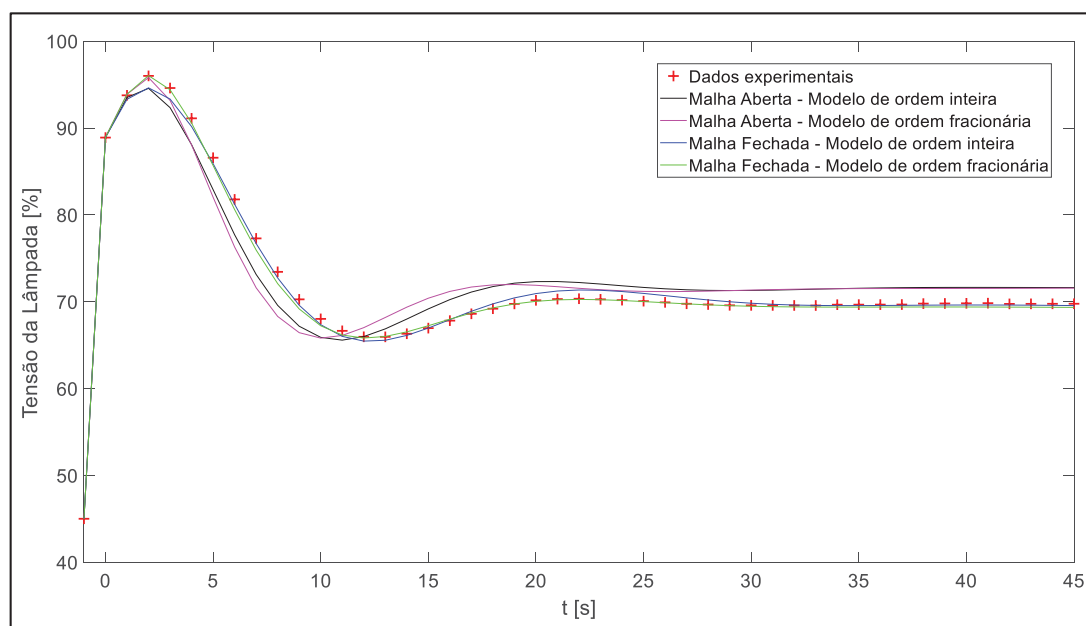


FIGURA 5.35: COMPARATIVO DOS MODELOS E SIMULAÇÃO EXPERIMENTAL PARA ESFORÇO DO CONTROLADOR PARA MALHA 1

FONTE: O Autor (2018).

Abaixo são apresentados os gráficos dos modelos de ordem inteira e fracionária com suas respectivas regiões de confiança paramétrica em malha fechada. Para obtenção da região de confiança do modelo, as matrizes apresentadas na seção 4.7 foram ampliadas a fim de contemplar a incerteza dos parâmetros do controlador. Com a incerteza do controlador, a região de confiança torna-se ligeiramente maior, dado que há um aumento da incerteza do modelo como um todo, entretanto este aumento não foi significativo. Adicionalmente, apesar do modelo seguir a tendência dos pontos experimentais, nem todos os pontos estão sobre a curva do modelo. Entretanto, ao considerar a incerteza experimental, todos os pontos experimentais estão estatisticamente dentro da região de incerteza, para ambos os modelos propostos.

Como ocorreu na identificação em malha aberta, a região de confiança do modelo de ordem fracionária foi menor, devido ao melhor ajuste aos dados experimentais. O erro dos pontos experimentais também foi menor, entretanto a região do modelo se sobrepõe à incerteza experimental, validando assim a identificação.

Para o cálculo das barras de erro das figuras 5.36 e 5.37, foram identificados modelos de ordem inteira e fracionária, respectivamente e calculada a variância

experimental estimada através da equação 4.18. O valor foi multiplicado pela distribuição de Student para 95% de confiança. Virtualmente, quaisquer valores experimentais entre os limites da barra de erro são estatisticamente iguais. A equação 5.62 apresenta o cálculo da incerteza experimental.

$$\bar{y}_{\text{exp}} - S_{tNE-NP}^{95\%} \sqrt{\sigma_{y,est}^2} \leq \bar{y}_{\text{exp}} \leq \bar{y}_{\text{exp}} + S_{tNE-NP}^{95\%} \sqrt{\sigma_{y,est}^2} \quad (5.62)$$

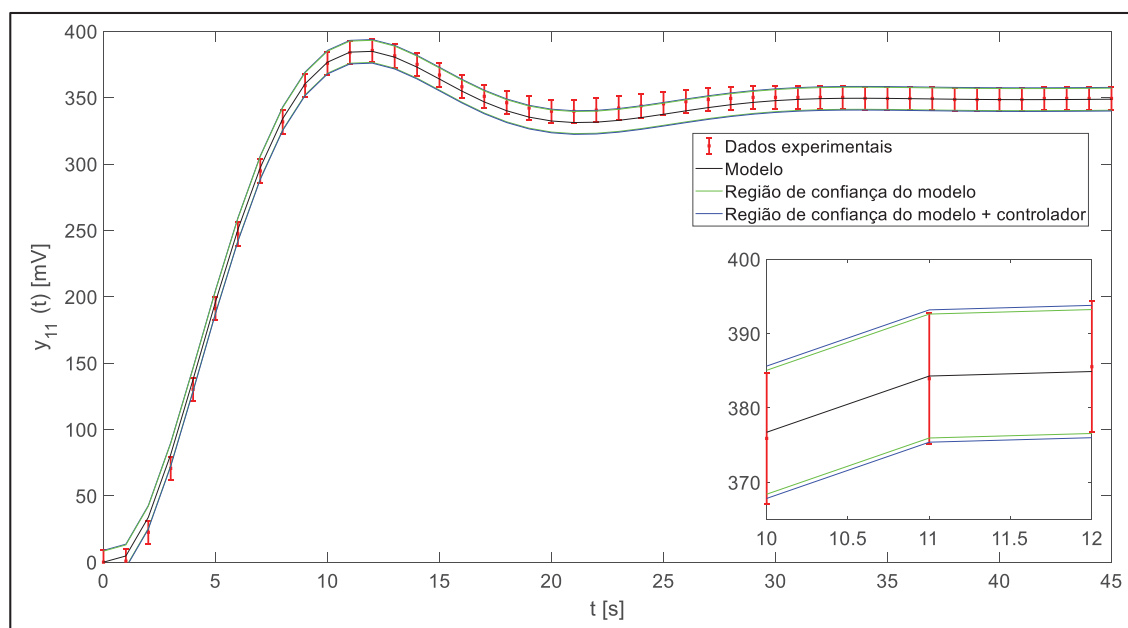


FIGURA 5.36: AJUSTE DO MODELO DE ORDEM INTEIRA COM A SUA REGIÃO DE CONFIANÇA PARAMÉTRICA PARA MALHA 1  
 FONTE: O Autor (2018).

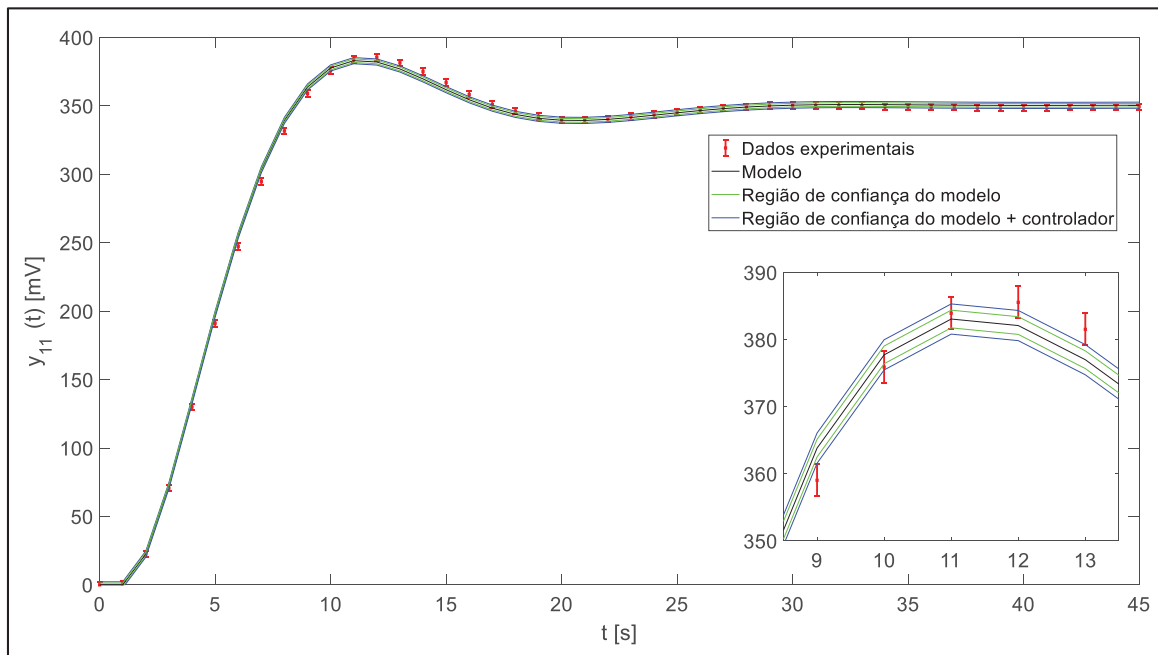


FIGURA 5.37: AJUSTE DO MODELO DE ORDEM FRACIONÁRIA COM A SUA REGIÃO DE CONFIANÇA PARAMÉTRICA PARA MALHA 1

FONTE: O Autor (2018).

## 5.5.2. Malha 2

### 5.5.2.1. Sintonia do Controlador

Para a malha 2 (temperatura pareada com tensão do ventilador), o método adotado foi o de alocação de polos, baseado em definir uma resposta desejada para o processo alocando os polos do sistema em malha fechada. A partir desta resposta, é possível obter os parâmetros do controlador. Este método é aplicável quando todos os estados do sistema podem ser medidos (sistema completamente observável) e todos os estados podem ser controlados (sistema completamente controlável), o que é o caso da malha 2. A vantagem deste método é poder definir uma resposta desejada,

em termos de estabilidade, robustez e performance para obter a mesma resposta do processo real (GOPAL, 1984. OGATA, 2004).

Ao considerar um controlador PI com um processo de 1ª ordem (modelo proposto para identificação em malha aberta), a resposta em malha fechada, no domínio de Laplace, será dada por:

$$Y_2^{\text{int}}(s) = \frac{K_{P22}(K_{C2}s + K_{I2})}{s^2 + \frac{K_{P22}K_{C2} + 1}{\tau_{P22}}s + \frac{K_{P22}K_{I2}}{\tau_{P22}}} Y_{SP2}(s) \quad (5.63)$$

A equação característica (EC) da equação 5.63 será responsável pela dinâmica da resposta do sistema. Os polos são obtidos ao igualar a EC a zero:

$$s^2 + \frac{K_{P22}K_{C2} + 1}{\tau_{P22}}s + \frac{K_{P22}K_{I2}}{\tau_{P22}} = 0 \quad (5.64)$$

Pode ser sugerido ainda um polinômio mônico para representar a EC desejada:

$$s^2 + \frac{2\xi_{des}}{\tau_{des}}s + \frac{1}{\tau_{des}^2} = 0 \quad (5.65)$$

Ao considerar a igualdade dos coeficientes polinomiais das equações 5.64 e 5.65, os parâmetros do controlador podem ser obtidos como função da resposta desejada do processo de 2ª ordem:

$$K_{C2} = \frac{2\xi_{des}\tau_{P22} - \tau_{des}}{K_{P22}\tau_{des}} \quad (5.66)$$

$$K_{I2} = \frac{\tau_{P22}}{K_{P22}\tau_{des}^2}$$

Como o maior grau da EC do processo é 2, pode-se alocar os polos a partir da resposta desejada a um processo de 2ª ordem, onde os polos serão alocados a partir da escolha dos parâmetros  $\xi_{des}$  e  $\tau_{des}$ , que podem ser definidos a partir do *overshoot* e do tempo de assentamento desejados. Com a especificação de 2 parâmetros desejados e, sabendo que há 2 parâmetros a serem obtidos no controlador, o grau de liberdade do sistema é zero, contendo assim apenas uma solução.

Ao definir uma resposta desejada sub-amortecida, o coeficiente de amortecimento pode ser calculado através do *overshoot* (OS) (SEBORG et al., 2004):

$$\xi_{des} = \frac{-\ln(OS)}{\sqrt{\ln^2(OS) + \pi^2}} \quad (5.67)$$

A resposta a um degrau unitário para um processo de 2ª ordem, com ganho igual a 1 e com EC igual à equação 5.65, sub-amortecido, é dada por (STEPHANOPOULOS, 1984):

$$y(t) = 1 - \frac{1}{\sqrt{1-\xi_{des}^2}} e^{\frac{-\xi_{des}t}{\tau_{des}}} \sin \left[ \frac{\sqrt{1-\xi_{des}^2}}{\tau_{des}} t + \tan^{-1} \left( \frac{\sqrt{1-\xi_{des}^2}}{\xi_{des}} \right) \right] \quad (5.68)$$

Ao considerar os limites superior e inferior da equação 5.68, ou seja, para os valores onde o seno é igual à -1 e 1, obtém-se:

$$\begin{aligned} y_{\max}(t) &= \left( 1 - \frac{1}{\sqrt{1-\xi_{des}^2}} e^{\frac{-\xi_{des}t}{\tau_{des}}} \right) \\ y_{\min}(t) &= - \left( 1 - \frac{1}{\sqrt{1-\xi_{des}^2}} e^{\frac{-\xi_{des}t}{\tau_{des}}} \right) \end{aligned} \quad (5.69)$$

A figura 5.38 apresenta o gráfico das duas funções.

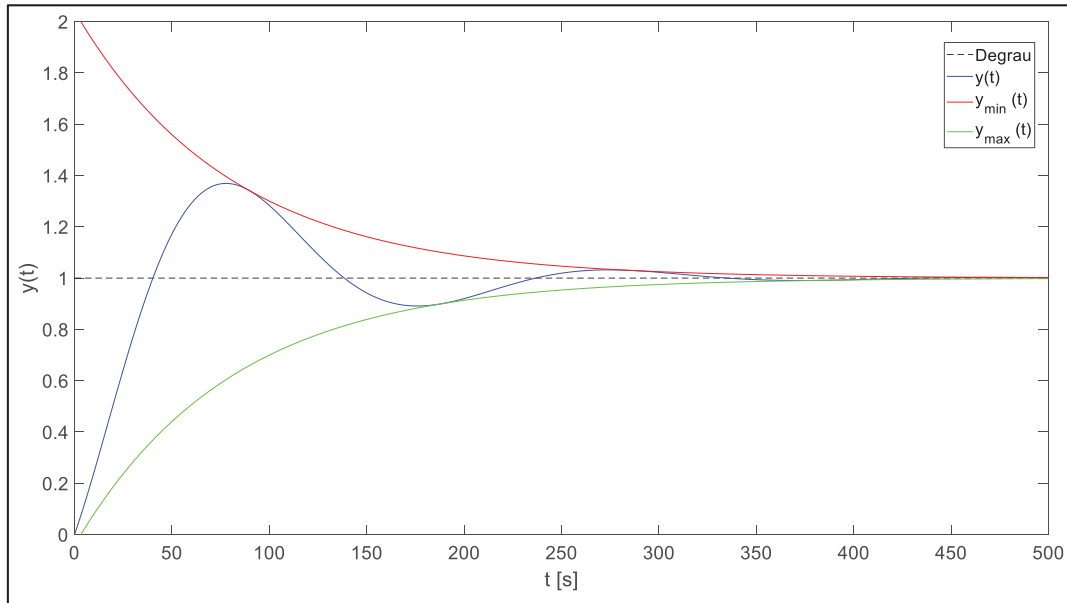


FIGURA 5.38: RESPOSTA A PROCESSO DE 2ª ORDEM

FONTE: O Autor (2018).

Ao subtrair  $y_{\max}(t) - y_{\min}(t)$ , o tempo necessário para o valor da diferença  $Q^*$  ser igual a 95% do valor da função será o tempo de assentamento  $t_s$ :

$$y_{\max}(t) - y_{\min}(t) = Q^* = 2 \frac{e^{\frac{-\xi_{des} t_s}{\tau_{des}}}}{\sqrt{1 - \xi_{des}^2}} \quad (5.70)$$

Portanto,

$$\tau_{des} = \frac{-t_s \xi_{des}}{\ln(Q^*) - \ln(2) + \frac{1}{2} \ln(1 - \xi_{des}^2)} \quad (5.71)$$

Para o cálculo da incerteza dos parâmetros do controlador, o procedimento utilizado foi o mesmo realizado para a malha 1:

$$\begin{aligned}
 s^2 \{K_{C2}\} &= \left( \frac{\partial K_{C2}}{\partial K_{P22}} \right)^2 s_{K_{P22}}^2 + \left( \frac{\partial K_{C2}}{\partial \tau_{P22}} \right)^2 s_{\tau_{P22}}^2 + 2 \frac{\partial K_{C2}}{\partial K_{P22}} \frac{\partial K_{C2}}{\partial \tau_{P22}} s_{K_{P22} - \tau_{P22}} \\
 \frac{\partial K_{C2}}{\partial K_{P22}} &= -\frac{2\xi_{des}}{K_{P22}^2} \\
 \frac{\partial K_{C2}}{\partial \tau_{P22}} &= \frac{2\xi_{des}}{\tau_{des} K_{P22}}
 \end{aligned} \tag{5.72}$$

$$\begin{aligned}
 s^2 \{K_{I2}\} &= \left( \frac{\partial K_{I2}}{\partial K_{P22}} \right)^2 s_{K_{P22}}^2 + \left( \frac{\partial K_{I2}}{\partial \tau_{P22}} \right)^2 s_{\tau_{P22}}^2 + 2 \frac{\partial K_{I2}}{\partial K_{P22}} \frac{\partial K_{I2}}{\partial \tau_{P22}} s_{K_{P22} - \tau_{P22}} \\
 \frac{\partial K_{I2}}{\partial K_{P22}} &= -\frac{\tau_{P22}}{\tau_{des}^2 K_{P22}^2} \\
 \frac{\partial K_{I2}}{\partial \tau_{P22}} &= \frac{1}{\tau_{des}^2 K_{P22}}
 \end{aligned} \tag{5.73}$$

Os parâmetros de  $G_{C2}$  com suas incertezas serão, portanto:

$$\begin{aligned}
 K_{C2} &= \hat{K}_{C2} \pm t \sqrt{s^2 \{K_{C2}\}} \\
 K_{I2} &= \hat{K}_{I2} \pm t \sqrt{s^2 \{K_{I2}\}}
 \end{aligned} \tag{5.74}$$

Foi utilizado um grau de confiança de 95% para o cálculo da incerteza dos parâmetros. O resultado da sintonia de  $G_{C2}$  com os dados de  $G_{P22}$  obtidos em malha aberta são apresentados na tabela 5.16. Os valores de OS e  $t_s$  foram obtidos a partir de simulações para obter velocidade e robustez na resposta em malha fechada.

TABELA 5.16: SINTONIA DO CONTROLADOR DA MALHA 2 PELO MÉTODO DE ALOCAÇÃO DE POLOS

Parâmetro	Valor
$K_{P22}$	$(-165,1 \pm 0,8) \times 10^{-3}$
$TP22$	$181,9 \pm 8,4$
OS	23%
$t_s$ (s)	1200
$K_{C2}$	$(-899,5 \pm 2,4) \times 10^{-3}$
$K_{I2}$	$(-61,1 \pm 1,4) \times 10^{-3}$

FONTE: O Autor (2018).

A lei de controle no domínio de Laplace e na forma discreta, respectivamente, é:

$$G_{C2} = \frac{U_2(s)}{E_2(s)} = -0,8995 - \frac{-0,0611}{s} \quad (5.75)$$

$$u_{2,k} = -0,8995e_k - 0,0611 \sum_{j=1}^k e_j \quad (5.76)$$

A figura 5.39 apresenta a localização dos polos do sistema em malha fechada. O sistema possui apenas um par de polos imaginários, ambos com parte real negativa, o que garante a estabilidade do sistema e uma resposta oscilatória ( $\xi = 0,42$ ).



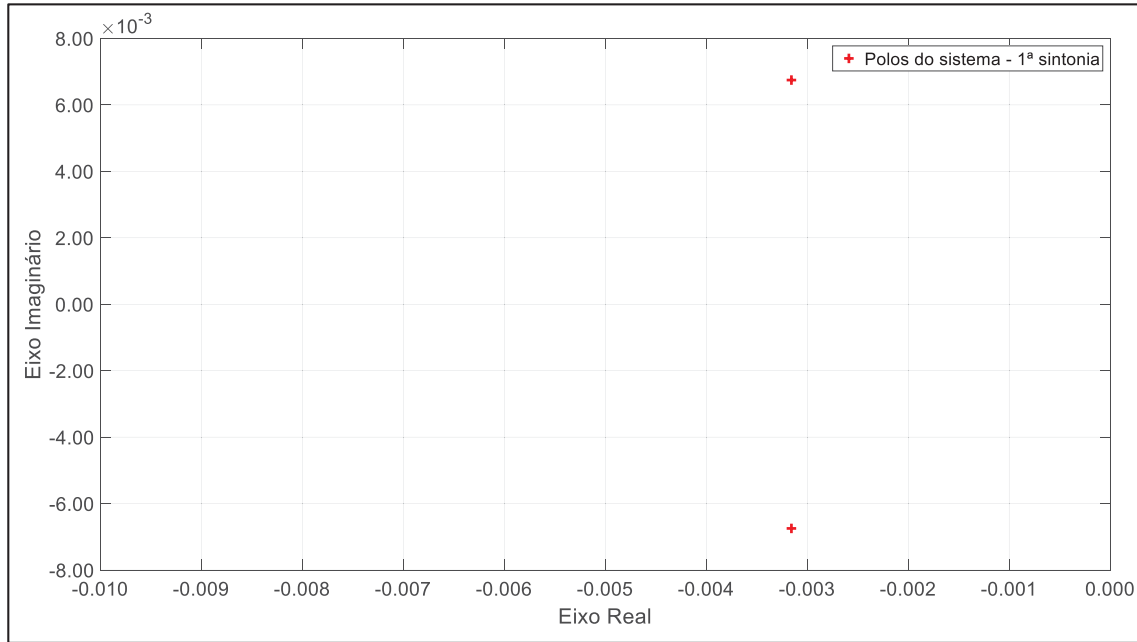


FIGURA 5.39: LOCALIZAÇÃO DOS POLOS PARA MALHA 2

FONTE: O Autor (2018).

#### 5.5.2.2. Identificação e Ressintonia

A partir dos dados experimentais em malha fechada, foi feita a estimação dos parâmetros do processo. A resposta em malha fechada para sistema sub-amortecido, no domínio do tempo, para os modelos de ordem inteira e fracionária, são:

$$\begin{aligned}
 y_2^{\text{int}}(t) &= M_2 \left\{ \frac{K_{C2}}{K_{I2}} \frac{1}{\sqrt{1-\xi^2}} e^{\frac{-\xi t}{\tau}} \sin\left(\frac{\sqrt{1-\xi^2}}{\tau} t\right) \right\} \\
 &\quad + M_2 \left\{ 1 - \frac{1}{\sqrt{1-\xi^2}} e^{\frac{-\xi t}{\tau}} \sin\left(\frac{\sqrt{1-\xi^2}}{\tau} t + \varphi\right) \right\} \\
 \xi &= \frac{K_{P22}K_{C2} + 1}{2K_{P22}K_{I2}} \sqrt{\frac{K_{P22}K_{I2}}{\tau_{P22}}} \\
 \tau &= \sqrt{\frac{\tau_{P22}}{K_{P22}K_{I2}}}
 \end{aligned} \tag{5.77}$$

$$y_2^{frac}(t) = \frac{M_2}{\tau_{P22}} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{k!} \left( \frac{K_{P22} K_{I2}}{\tau_{P22}} \right)^k \left\{ K_{P22} \begin{bmatrix} K_{I2} \mathbb{E}(t, \Psi, \alpha, \alpha + k + 2) + \\ K_{C2} \mathbb{E}(t, \Psi, \alpha, \alpha + k + 1) \end{bmatrix} \right\} \quad (5.78)$$

$$\Psi = \left( -\frac{K_P K_C + 1}{\tau_P} \right)$$

A tabela 5.17 resume os resultados obtidos da identificação em malha fechada para malha 2, após um degrau no valor do SP. Para redução do esforço computacional, e dado a dinâmica relativamente lenta da malha de temperatura, foram amostrados dados a cada 5 unidades de tempo de simulação (2,5 segundos).

TABELA 5.17: RESULTADOS DA ESTIMAÇÃO PARAMÉTRICA PARA MODELOS DE ORDEM INTEIRA E FRACIONÁRIA PARA MALHA 2

Parâmetro	Modelo	Modelo
	Ordem Inteira	Ordem Fracionária
M <sub>2</sub>		-5
NE		133
$\overline{\Psi}_{22} \pm S_{\Psi_{22}}$	$\begin{bmatrix} (-101,9 \pm 2,7) \times 10^{-3} \\ 73,8 \pm 4,0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} (-122,3 \pm 6,0) \times 10^{-3} \\ 48,8 \pm 3,9 \\ 0,857 \pm 0,026 \end{bmatrix}$
FOBJ	3,12	2,01
$\mathbf{C}_{\Psi_{22}}$	$\begin{bmatrix} 1 & -0,554 \\ -0,554 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0,446 & 0,833 \\ 0,446 & 1 & 0,817 \\ 0,833 & 0,817 & 1 \end{bmatrix}$
R	0,994	0,996

FONTE: O Autor (2018).

Ao realizar a identificação em malha fechada, houve uma diferença considerável entre os parâmetros obtidos na identificação em malha aberta e malha fechada. A constante de tempo do modelo de ordem inteira foi o que teve maior diferença (60% menor). Os parâmetros do modelo de ordem fracionária também foram diferentes. Como a temperatura do módulo é suscetível a alterações da temperatura ambiente, e os procedimentos de identificação foram realizados em dias distintos, acredita-se que a temperatura externa tenha influenciado no procedimento de identificação.

Na identificação em malha fechada, o modelo de ordem fracionária mostrou-se mais adequado para prever os dados experimentais, observado através de um valor de resíduo da estimação paramétrica 35% inferior para o modelo fracionário. O coeficiente de correlação também teve um valor ligeiramente superior para o modelo fracionário.

A tabela 5.18 apresenta os dados após ressonância do controlador. Os valores de OS e  $t_s$  foram alterados em relação à sintonia inicial para obter uma resposta mais rápida por parte do processo. Como houve também uma grande mudança nos parâmetros do modelo, os parâmetros do controlador também sofreram uma alteração significativa, onde o valor de  $K_{C2}$  foi praticamente 3 vezes maior após a ressonância e o  $K_{I2}$  4 vezes maior.

TABELA 5.18: RESSINTONIA DO CONTROLADOR DA MALHA 2 PELO MÉTODO DE ALOCAÇÃO DE POLOS

Parâmetro	Valor
$K_{P22}$	$(-101,9 \pm 2,7) \times 10^{-3}$
$T_{P22}$	$73,8 \pm 4,0$
OS	20%
$t_s$ (s)	450
$K_{C2}$	$(-243,4 \pm 3,3) \times 10^{-2}$
$K_{I2}$	$(-249,0 \pm 5,6) \times 10^{-3}$

FONTE: O Autor (2018).

Finalmente, a nova lei de controle para a malha 2, na sua forma discreta, é:

$$u_{2,k} = -2,434e_k - 0,2490 \sum_{j=1}^k e_j \quad (5.79)$$

A figura 5.40 apresenta os polos do sistema em malha fechada após resintonia do controlador. Os polos distanciaram-se do zero, aumentando assim a estabilidade do sistema. Este distanciamento está relacionado com a diferença dos parâmetros do modelo identificado em malha aberta e malha fechada.

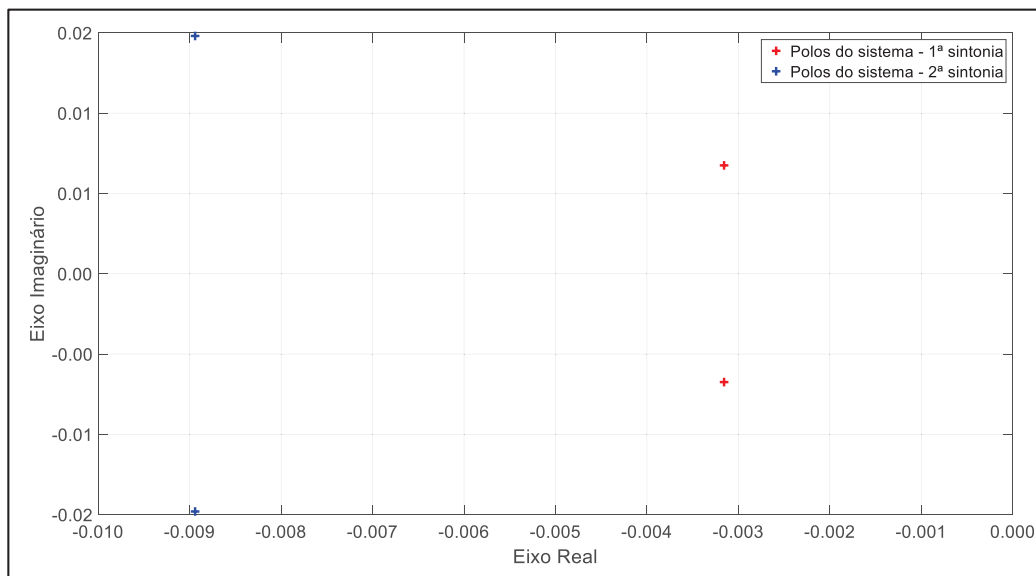


FIGURA 5.40: LOCALIZAÇÃO DOS POLOS PARA MALHA 2

FONTE: O Autor (2018).

### 5.5.2.3. Comparativo entre Modelos E Experimento

Ao comparar os critérios de desempenho do controlador para a simulação com a sintonia inicial e a resintonia (tabela 5.19), observa-se que houve redução da integral

do erro para todos os critérios avaliados, sendo que a maior redução foi observada pelo ITAE, com uma redução de 24% após resintonia.

TABELA 5.19: COMPARATIVO DOS CRITÉRIOS DE DESEMPENHO DO CONTROLADOR PARA A SINTONIA INICIAL E RESSINTONIA PARA MALHA 2

	Critério		
	IAE	ISE	ITAE
Simulação 1	20,5	11,0	2575,3
Simulação 2	17,7	9,2	1935,6

FONTE: O Autor (2018).

Todos os modelos obtidos nas identificações foram testados para verificar qual deles melhor representa os critérios de desempenho da malha de controle. A tabela 5.20 apresenta os resultados. Para a malha 2, o modelo que melhor previu os erros integrais experimentais foi o modelo identificado em malha fechada de ordem inteira. Conforme já comprovado através da análise da malha 1, a identificação em malha fechada fornece modelos que representam melhor os dados experimentais. Para malha fechada, o modelo de ordem inteira representou melhor todos os critérios de desempenho do controlador. Durante o período em que foi realizada a identificação e a simulação experimental para validação, houve oscilações na temperatura ambiente, com variações de até 10°C, o que pode explicar o erro mais elevado para o modelo de ordem fracionária. Como o parâmetro fracionário é fortemente dependente da temperatura, o modelo estimado para uma condição de temperatura não foi satisfatório em representar a outra condição de temperatura ambiente, durante o procedimento de validação do modelo obtido. Para contornar este empecilho, a temperatura ambiente deveria ter sido contabilizada no modelo.

TABELA 5.20: COMPARATIVO DOS CRITÉRIOS DE DESEMPENHO PARA OS MODELOS PROPOSTOS PARA MALHA 2

Variável Dependente		Critério		
		IAE	ISE	ITAE
	Experimental	17,7	9,2	1935,6
Malha	Modelo de Ordem Inteira	31,1	15,1	5564,5
Aberta	Modelo de Ordem Fracionária	16,6	8,2	1616,3
Malha	Modelo de Ordem Inteira	17,9	9,6	1761,4
Fechada	Modelo de Ordem Fracionária	17,0	8,9	1598,7

FONTE: O Autor (2018).

Os comparativos dos modelos testados para resposta em malha fechada, tanto para a temperatura quanto para a tensão do ventilador, estão apresentados nas figuras 5.41 e 5.42. Em ambos os casos, os modelos obtidos através da identificação em malha fechada representaram melhor os dados experimentais. Vale ressaltar que, para a figura 5.41, até mesmo o modelo de ordem fracionária identificado em malha aberta mostrou-se representativo dos dados experimentais, mostrando sua robustez com relação ao modelo de ordem inteira.

Para o esforço do controlador, os dois modelos que melhor representaram os dados experimentais foram os de ordem fracionária. A ordem é relativamente diferente para os modelos (0,714 para malha aberta; 0,857 para malha fechada), mas a constante de tempo obtida também foi diferente (41,1 e 48,8) compensando a alteração da ordem da derivada, resultando em modelos com respostas similares. Entretanto, com relação ao esforço no estado estacionário, o modelo fracionário identificado em malha fechada é o que melhor representa o valor experimental. Apesar da previsão do modelo de ordem inteira obtido em malha fechada ter sido boa, ele previu saturação do sistema, o que experimentalmente não ocorreu.

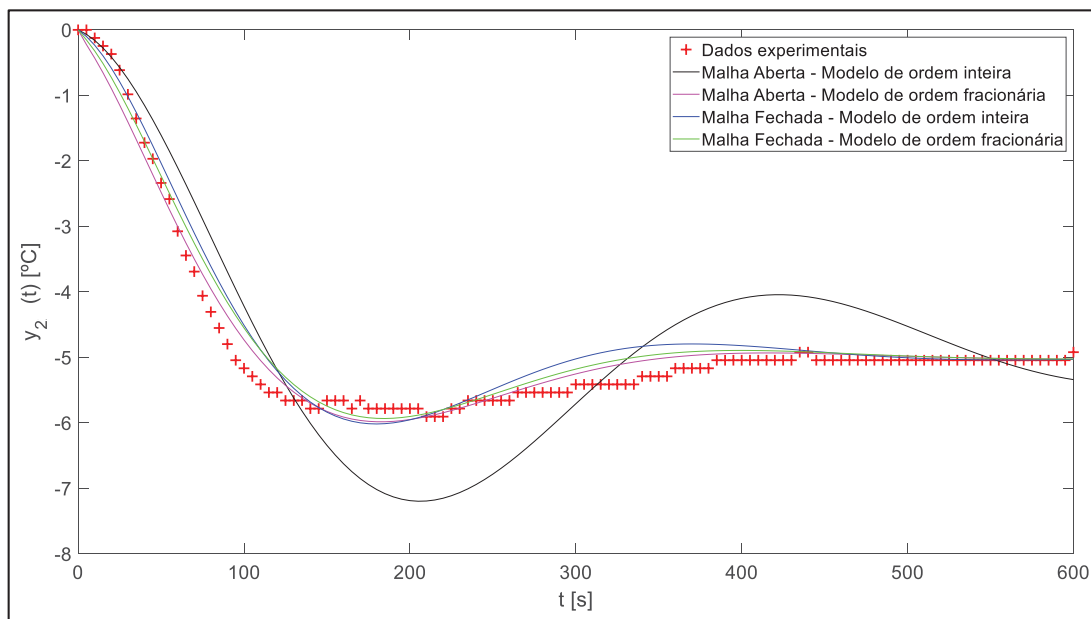


FIGURA 5.41: COMPARATIVO DOS MODELOS E SIMULAÇÃO EXPERIMENTAL PARA VARIÁVEL DEPENDENTE PARA MALHA 2

FONTE: O Autor (2018).

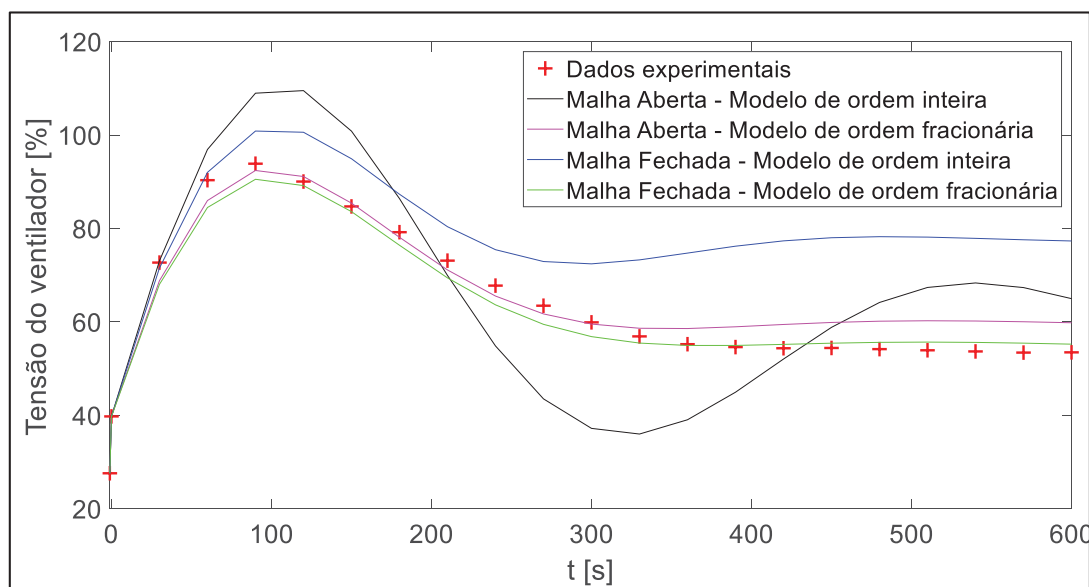


FIGURA 5.42: COMPARATIVO DOS MODELOS E SIMULAÇÃO EXPERIMENTAL PARA ESFORÇO DO CONTROLADOR PARA MALHA 2

FONTE: O Autor (2018).

Finalmente, as figuras 5.43 e 5.44 apresentam a validação dos modelos de ordem inteira e fracionária, sobrepostos com dados experimentais independentes. O procedimento do cálculo das regiões de confiança do modelo foi similar ao realizado para a malha 1. A região de confiança do modelo e do modelo + controlador foram praticamente idênticas, com diferenças inferiores a  $0,01^{\circ}\text{C}$ , portanto foi apresentado apenas a região de confiança considerando o modelo + controlador.

Ao considerar os erros experimentais, tanto o modelo de ordem inteira quanto fracionária representaram os dados experimentais satisfatoriamente. Os erros experimentais estimados através do modelo fracionário foram inferiores, pelo fato do modelo fracionário ter se ajustado melhor aos dados experimentais para a estimação da incerteza. Com relação à dinâmica do processo, o modelo de ordem fracionária teve mais êxito ao representar os dados experimentais, especialmente após o ponto de *overshoot* do processo.

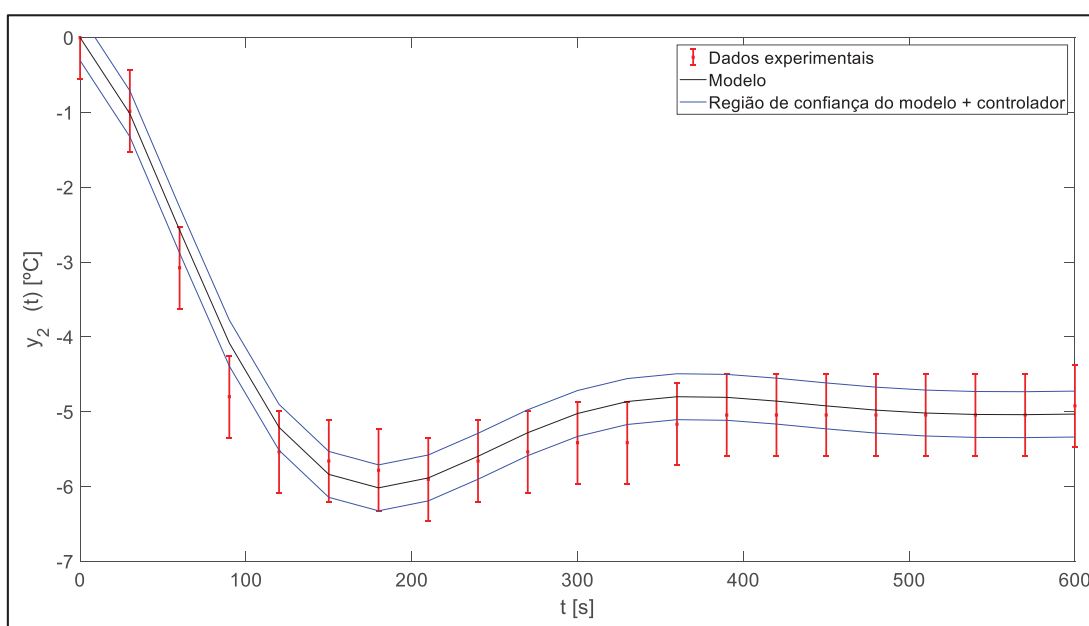


FIGURA 5.43: AJUSTE DO MODELO DE ORDEM INTEIRA COM A SUA REGIÃO DE CONFIANÇA PARAMÉTRICA PARA MALHA 2

FONTE: O Autor (2018).



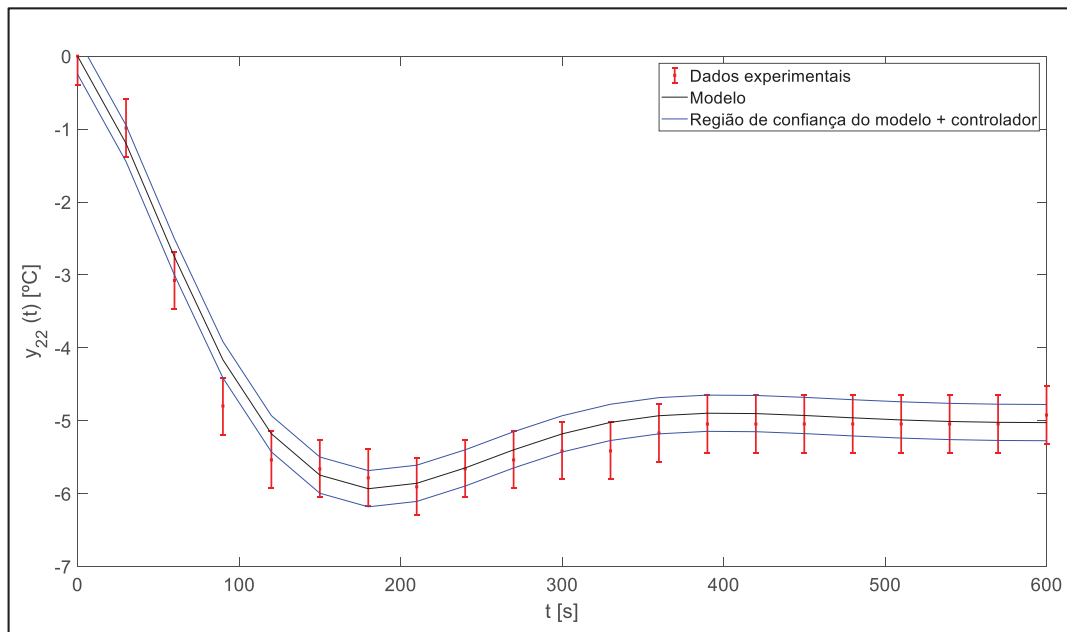


FIGURA 5.44: AJUSTE DO MODELO DE ORDEM FRACIONÁRIA COM A SUA REGIÃO DE CONFIANÇA PARAMÉTRICA PARA MALHA 2

FONTE: O Autor (2018).

Devido as oscilações de temperatura ambiente durante o procedimento de resintonia do controlador para a malha 2, para a identificação em malha fechada TITO não foi considerada a temperatura absoluta no interior da câmara, mas sim a diferença entre a temperatura medida pelo sensor interno e o sensor externo (figura 4.15).

## 5.6. Identificação do Processo em Malha Fechada TITO

A figura 5.45 apresenta o sistema TITO para o módulo experimental. Não foram consideradas funções de transferência para as perturbações. Pode-se observar também que uma das funções de acoplamento da malha 1 com a 2 ( $G_{P12}$ ) é inexistente, sendo a função de transferência que relaciona a luminosidade com a tensão do ventilador.

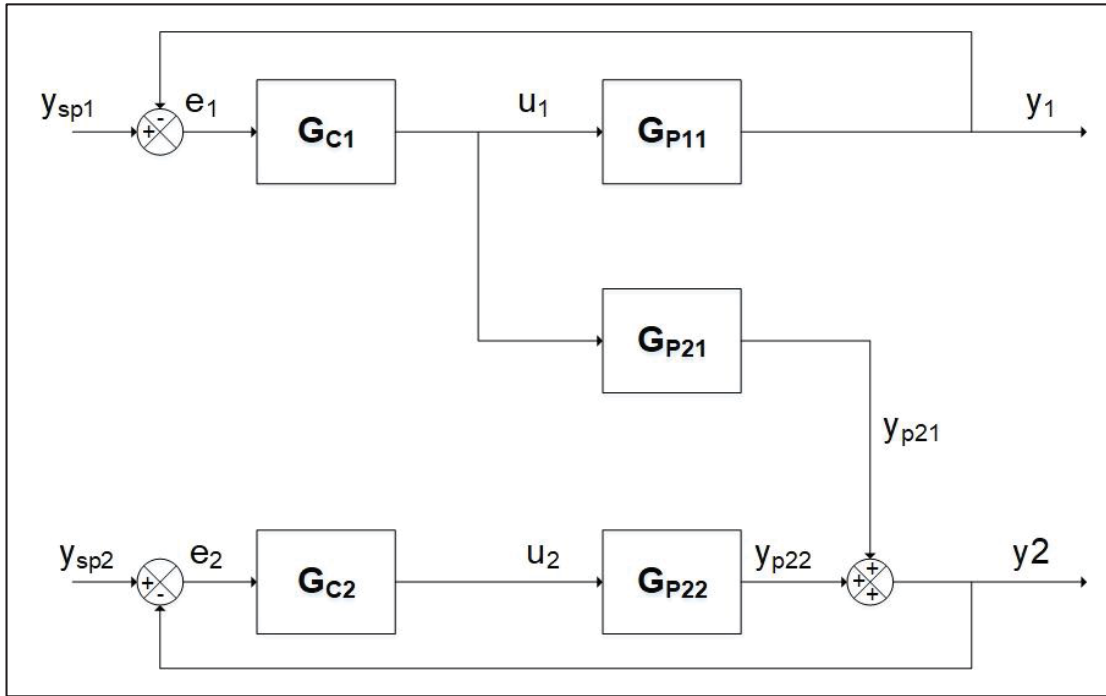


FIGURA 5.45: DIAGRAMA DE BLOCOS PARA SISTEMA TITO EM MALHA FECHADA  
 FONTE: O Autor (2018).

As equações que descrevem o sistema, em função dos SP, são descritas por (SEBORG et al., 2004):

$$Y_1(s) = \Upsilon_{11}(s)Y_{SP1}(s) \quad (5.80)$$

$$Y_2(s) = \Upsilon_{21}(s)Y_{SP1}(s) + \Upsilon_{22}(s)Y_{SP2}(s) \quad (5.81)$$

$$\Upsilon_{11}(s) = \frac{G_{C1}(s)G_{P11}(s) + G_{C1}(s)G_{C2}(s)G_{P11}(s)G_{P22}(s)}{\Delta(s)} \quad (5.82)$$

$$\Upsilon_{22}(s) = \frac{G_{C2}(s)G_{P22}(s) + G_{C1}(s)G_{C2}(s)G_{P11}(s)G_{P22}(s)}{\Delta(s)} \quad (5.83)$$

$$Y_{21}(s) = \frac{G_{C1}(s)G_{P21}(s)}{\Delta(s)} \quad (5.84)$$

$$\Delta(s) = [1 + G_{C1}(s)G_{P11}(s)][1 + G_{C2}(s)G_{P22}(s)] \quad (5.85)$$

A equação 5.80 apresenta a resposta da luminosidade. Como a função cruzada é nula, a resposta desta malha não depende da malha 2. Já para a equação 5.82, a resposta da temperatura depende dos valores da malha 1, onde a magnitude da influência é representada por  $Y_{22}(s)$ .

Para o procedimento de identificação em malha fechada, foi considerada a sequência:

- 1) Identificação de  $G_{P11}$  (malha 1: servo e malha 2: regulatório);
- 2) Identificação de  $G_{P22}$  (malha 1: regulatório e malha 2: servo);
- 3) Identificação de  $G_{P21}$  (malha 1: servo e malha 2: regulatório).

Esta ordem foi definida pelo acoplamento presente no processo. A função de transferência  $G_{P11}$  pode ser obtida com uma alteração no SP da malha 1, devido esta malha ser independente. Ao operar a malha 2 em servo, mantendo a malha 1 em regulatório, a função de transferência  $G_{P22}$  pode ser obtida. Para obter a função  $G_{P21}$ , é preciso manter a malha 2 em regulatório e alterar o SP da malha 1. Ao identificar o  $G_{P21}$  já possuindo as informações de  $G_{P22}$ , esta última não precisa ser estimada, reduzindo assim os efeitos de correlação paramétrica. Por exemplo, ao identificar o processo considerando a malha 1 em servo e a malha 2 em regulatório, são 7 parâmetros para serem estimados considerando modelos de ordem inteira e 10 parâmetros para modelos de ordem fracionária, caso a identificação de todas as funções do processo forem realizadas simultaneamente. Entretanto, os resultados de temperatura da malha 2 operando em regulatório são formados por  $G_{P22}$ ,  $G_{P21}$  e o ruído de medição. Identificando as funções de transferência  $G_{P11}$  e  $G_{P22}$  isoladamente, os parâmetros obtidos podem ser fixados para realizar a identificação de  $G_{P21}$ , resultando em uma estimação paramétrica de  $G_{P21}$  que não terá problemas com

correlação paramétrica. Este procedimento não seria possível caso a função de transferência  $G_{P12}$  fosse diferente de zero, sendo que todos os parâmetros precisariam ser estimados concomitantemente.

Como o  $G_{C2}$  foi sintonizado a partir de  $G_{P22}$ , este controlador não permite a observação de  $G_{P21}$  operando a malha 2 em regulatório, dado que  $G_{P22}$  possui uma dinâmica muito mais rápida que  $G_{P21}$  ( $\tau_{P21}=1263s$  e  $\tau_{P22}=73,8s$ ). Portanto foi necessário sugerir um controlador mais brando para a malha 2 para o experimento inicial.

#### 5.6.1. Identificação e Ressintonia

Para a simulação inicial, os controladores das malhas 1 e 2 utilizados foram:

$$u_{1,k} = 0,0859e_k + 0,0161\sum_{j=1}^k e_j \quad (5.86)$$

$$u_{2,k} = 0,7225e_k - 0,1132\sum_{j=1}^k e_j \quad (5.87)$$

A definição dos parâmetros do controlador foi baseada em uma resposta não agressiva, a fim de ser possível observar a função  $G_{P21}$  no experimento.

A identificação de  $G_{P11}$  e  $G_{P22}$  foi realizada conforme descrito nos itens 5.5.1 e 5.5.2, respectivamente, tanto para a estimação paramétrica quanto para o cálculo da incerteza dos parâmetros.

Para a identificação de  $G_{P21}$ , o modelo proposto foi:

$$G_{P21}(s) = \frac{K_{P21}e^{-\theta_{21}s}}{\tau_{P21}s + 1} \quad (5.88)$$

Comparado ao modelo proposto em malha aberta, houve a adição do tempo morto. A presença deste termo adicional pode ser explicada por alterações sazonais da temperatura ambiente, afetando assim a temperatura do ar de entrada na câmara. Como a identificação foi feita considerando um problema servo na malha 1 e um problema regulatório na malha 2, as equações 5.80 a 5.85 podem ser simplificadas, já que o termo  $Y_{SP2}(s)$  será nulo. Portanto, a resposta a uma alteração no SP da malha 1 por uma função degrau de intensidade  $M_1$ , considerando todos os modelos de ordem inteira, será dada por:

$$Y_2^{\text{int}}(s) = \frac{\left(K_{C1} + \frac{K_{I1}}{s}\right) \left(\frac{K_{P21} e^{-\theta_{21}s}}{\tau_{P21}s + 1}\right)}{\left[1 + \left(K_{C1} + \frac{K_{I1}}{s}\right) \left(\frac{K_{P11} e^{-\theta_{11}s}}{(\tau_{P11}s + 1)^2}\right)\right] \left[1 + \left(K_{C2} + \frac{K_{I2}}{s}\right) \left(\frac{K_{P22}}{\tau_{P22}s + 1}\right)\right]} \left(\frac{M_1}{s}\right) \quad (5.89)$$

Para os modelos de ordem fracionária,

$$Y_2^{\text{frac}}(s) = \frac{\left(K_{C1} + \frac{K_{I1}}{s}\right) \left(\frac{K_{P21} e^{-\theta_{21}s}}{\tau_{P21}s^{\alpha_{21}} + 1}\right)}{\left[1 + \left(K_{C1} + \frac{K_{I1}}{s}\right) \left(\frac{K_{P11} e^{-\theta_{11}s}}{(\tau_{P11}s^{\alpha_{11}} + 1)^2}\right)\right] \left[1 + \left(K_{C2} + \frac{K_{I2}}{s}\right) \left(\frac{K_{P22}}{\tau_{P22}s^{\alpha_{22}} + 1}\right)\right]} \left(\frac{M_1}{s}\right) \quad (5.90)$$

Ambas as funções apresentadas não possuem inversa de Laplace analítica.

Para o cálculo da região de confiança do modelo de  $G_{P21}$ , os erros dos parâmetros de  $G_{P11}$  e  $G_{P22}$  devem ser contabilizados. Portanto, a matriz  $V_\psi$  considerando os modelos de ordem inteira é por:

$$\begin{aligned}
\mathbf{V}_{\Psi}^{MIMO,int} &= \begin{bmatrix} \mathbf{V}_{\Psi_{11}}^{int} & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{V}_{\Psi_{21}}^{int} & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{V}_{\Psi_{22}}^{int} \end{bmatrix} \\
\mathbf{V}_{\Psi_{11}}^{int} &= \begin{bmatrix} S_{K_{P11}}^2 & S_{K_{P11}-\tau_{P11}} & S_{K_{P11}-\theta_{11}} \\ S_{K_{P11}-\tau_{P11}} & S_{\tau_{P11}}^2 & S_{\tau_{P11}-\theta_{11}} \\ S_{K_{P11}-\theta_{11}} & S_{\tau_{P11}-\theta_{11}} & S_{\theta_{11}}^2 \end{bmatrix} \\
\mathbf{V}_{\Psi_{21}}^{int} &= \begin{bmatrix} S_{K_{P21}}^2 & S_{K_{P21}-\tau_{P21}} & S_{K_{P21}-\theta_{21}} \\ S_{K_{P21}-\tau_{P21}} & S_{\tau_{P21}}^2 & S_{\tau_{P21}-\theta_{21}} \\ S_{K_{P21}-\theta_{21}} & S_{\tau_{P21}-\theta_{21}} & S_{\theta_{21}}^2 \end{bmatrix} \\
\mathbf{V}_{\Psi_{22}}^{int} &= \begin{bmatrix} S_{K_{P22}}^2 & S_{K_{P22}-\tau_{P22}} \\ S_{K_{P22}-\tau_{P22}} & S_{\tau_{P22}}^2 \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{5.91}$$

Considerando todos os modelos fracionários,

$$\begin{aligned}
\mathbf{V}_{\Psi}^{MIMO,frac} &= \begin{bmatrix} \mathbf{V}_{\Psi_{11}}^{frac} & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{V}_{\Psi_{21}}^{frac} & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{V}_{\Psi_{22}}^{frac} \end{bmatrix} \\
\mathbf{V}_{\Psi_{11}}^{frac} &= \begin{bmatrix} S_{K_{P11}}^2 & S_{K_{P11}-\tau_{P11}} & S_{K_{P11}-\theta_{11}} & S_{K_{P11}-\alpha_{11}} \\ S_{K_{P11}-\tau_{P11}} & S_{\tau_{P11}}^2 & S_{\tau_{P11}-\theta_{11}} & S_{\tau_{P11}-\alpha_{11}} \\ S_{K_{P11}-\theta_{11}} & S_{\tau_{P11}-\theta_{11}} & S_{\theta_{11}}^2 & S_{\theta_{11}-\alpha_{11}} \\ S_{K_{P11}-\alpha_{11}} & S_{\tau_{P11}-\alpha_{11}} & S_{\theta_{11}-\alpha_{11}} & S_{\alpha_{11}}^2 \end{bmatrix} \\
\mathbf{V}_{\Psi_{21}}^{frac} &= \begin{bmatrix} S_{K_{P21}}^2 & S_{K_{P21}-\tau_{P21}} & S_{K_{P21}-\theta_{21}} & S_{K_{P21}-\alpha_{21}} \\ S_{K_{P21}-\tau_{P21}} & S_{\tau_{P21}}^2 & S_{\tau_{P21}-\theta_{21}} & S_{\tau_{P21}-\alpha_{21}} \\ S_{K_{P21}-\theta_{21}} & S_{\tau_{P21}-\theta_{21}} & S_{\theta_{21}}^2 & S_{\theta_{21}-\alpha_{21}} \\ S_{K_{P21}-\alpha_{21}} & S_{\tau_{P21}-\alpha_{21}} & S_{\theta_{21}-\alpha_{21}} & S_{\alpha_{21}}^2 \end{bmatrix} \\
\mathbf{V}_{\Psi_{22}}^{frac} &= \begin{bmatrix} S_{K_{P22}}^2 & S_{K_{P22}-\tau_{P22}} & S_{K_{P22}-\alpha_{22}} \\ S_{K_{P22}-\tau_{P22}} & S_{\tau_{P22}}^2 & S_{\tau_{P22}-\alpha_{22}} \\ S_{K_{P22}-\alpha_{22}} & S_{\tau_{P22}-\alpha_{22}} & S_{\alpha_{22}}^2 \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{5.92}$$

Como os parâmetros dos 3 modelos foram obtidos de forma independente, a matriz de correlação será formada por matrizes quadradas na diagonal principal, onde os demais elementos (àqueles que mediriam a influência dos parâmetros de um modelo com o outro), serão nulos.

#### 5.6.1.1. $G_{P11}$

Para a identificação de  $G_{P11}$ , foi considerado um problema servo na malha 1 e um problema regulatório na malha 2. A tabela 5.21 apresenta os resultados. Pode-se observar que, para esta identificação, os limites inferior e superior para o parâmetro fracionário são 0,999 e 1,017, portanto estatisticamente o modelo de ordem inteira tem a mesma representatividade do modelo de ordem fracionária. Isto está comprovado pelo valor do resíduo da otimização (FOBJ), onde os valores obtidos são próximos.

TABELA 5.21: RESULTADOS DA ESTIMAÇÃO PARAMÉTRICA PARA GP11 CONSIDERANDO PROBLEMA SERVO NA MALHA 1 E PROBLEMA REGULATÓRIO NA MALHA 2

Parâmetro	Modelo	Modelo
	Ordem Inteira	Ordem Fracionária
$M_1$		230
NE		63
$\overline{\Psi}_{11} \pm tS_{\Psi_{11}}$	$\begin{bmatrix} 9,62 \pm 0,07 \\ 2,70 \pm 0,03 \\ 2,04 \pm 0,05 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 9,57 \pm 0,09 \\ 2,76 \pm 0,06 \\ 1,98 \pm 0,07 \\ 1,008 \pm 0,009 \end{bmatrix}$
FOBJ	82,4	79,16
$V_{\Psi_{11}}$	$\begin{bmatrix} 12,6 & 4,14 & -4,69 \\ 4,14 & 2,72 & -3,07 \\ -4,69 & -3,07 & 4,80 \end{bmatrix} \times 10^{-4}$	$\begin{bmatrix} 20,8 & -3,80 & 4,02 & -1,31 \\ -3,80 & 9,56 & -10,5 & 1,15 \\ 4,02 & -10,5 & 12,9 & -1,25 \\ -1,31 & 1,15 & -1,25 & 0,19 \end{bmatrix} \times 10^{-4}$
$C_{\Psi_{11}}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0,708 & -0,603 \\ 0,708 & 1 & -0,850 \\ -0,603 & -0,850 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & -0,269 & 0,245 & -0,653 \\ -0,269 & 1 & -0,948 & 0,846 \\ 0,245 & -0,948 & 1 & -0,796 \\ -0,653 & 0,846 & -0,796 & 1 \end{bmatrix}$
R	0,999	0,999

FONTE: O Autor (2018).

A partir do modelo de ordem inteira obtido, foi feita a resintonia do controlador pelo método IMC. Após nova sintonia, a equação do controlador obtida, para um  $\tau_C$  de 4,25, foi:

$$u_{1,k} = 0,0872e_k + 0,0161 \sum_{j=1}^k e_j \quad (5.93)$$



As incertezas do  $K_{C1}$  e  $K_{I1}$  foram  $5,5 \times 10^{-4}$  e  $5,7 \times 10^{-6}$ , respectivamente.

#### 5.6.1.2. $G_{P22}$

Para a identificação de  $G_{P22}$ , foi alterado o SP da malha 2 (problema servo), mantendo o SP fixo na malha 1 (problema regulatório). Os resultados estão apresentados na tabela 5.22.

TABELA 5.22: RESULTADOS DA ESTIMAÇÃO PARAMÉTRICA PARA  $G_{P22}$  CONSIDERANDO PROBLEMA REGULATÓRIO NA MALHA 1 E PROBLEMA SERVO NA MALHA 2

Parâmetro	Modelo	Modelo
	Ordem Inteira	Ordem Fracionária
$M_2$		-3
NE		236
$\overline{\Psi}_{22} \pm tS_{\Psi_{11}}$	$\begin{bmatrix} (-85,4 \pm 1,7) \times 10^{-3} \\ 125,1 \pm 4,0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} (-109,7 \pm 6,6) \times 10^{-3} \\ 67,1 \pm 7,4 \\ 0,811 \pm 0,036 \end{bmatrix}$
FOBJ	3,28	2,21
$V_{\Psi_{22}}$	$\begin{bmatrix} 7,96 \times 10^{-7} & -1,03 \times 10^{-3} \\ -1,03 \times 10^{-3} & 4,21 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1,11 \times 10^{-5} & 9,78 \times 10^{-3} & 5,64 \times 10^{-5} \\ 9,78 \times 10^{-3} & 14,3 & 0,07 \\ 5,64 \times 10^{-5} & 0,07 & 3,41 \times 10^{-4} \end{bmatrix}$
$C_{\Psi_{22}}$	$\begin{bmatrix} 1 & -0,564 \\ -0,564 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0,775 & 0,916 \\ 0,775 & 1 & 0,952 \\ 0,916 & 0,952 & 1 \end{bmatrix}$
R	0,997	0,997

FONTE: O Autor (2018).

A ordem da derivada no modelo fracionário, mesmo considerando a incerteza paramétrica, não ultrapassa o valor da unidade, garantindo assim um modelo de ordem fracionária, inclusive considerando a incerteza do parâmetro. Os parâmetros obtidos para o modelo de ordem inteira foram utilizados para realizar nova sintonia no controlador da malha 2. Para sintonia, foi considerado um *overshoot* de 25% e um tempo de assentamento de 1000 segundos.

$$u_{2,k} = 0,637e_k - 0,128 \sum_{j=1}^k e_j \quad (5.94)$$

A incerteza dos parâmetros do controlador foram  $6,6 \times 10^{-3}$  para  $K_{C2}$  e  $1,7 \times 10^{-3}$  para  $K_{I2}$ .

#### 5.6.1.3. $G_{P21}$

A partir dos parâmetros obtidos nas identificações de  $G_{P11}$  e  $G_{P22}$ , foi possível identificar  $G_{P21}$ . Para a identificação, foi considerado um problema servo na malha 1 e um problema regulatório na malha 2. Tanto para a identificação do modelo de ordem inteira quanto fracionária, foi considerado o modelo  $G_{P11}$  de ordem inteira, considerando que os modelos estimados para  $G_{P11}$  são estatisticamente iguais, conforme apresentado no item 5.6.1.1. Os resultados obtidos estão apresentados na tabela 5.23.

TABELA 5.23: RESULTADOS DA ESTIMAÇÃO PARAMÉTRICA PARA GP21 CONSIDERANDO PROBLEMA SERVO NA MALHA 1 E PROBLEMA REGULATÓRIO NA MALHA 2

Parâmetro	Modelo	Modelo
	Ordem Inteira	Ordem Fracionária
M		230
NE		251
$\overline{\Psi}_{21} \pm tS_{\Psi_{21}}$	$\begin{bmatrix} (70,9 \pm 2,9) \times 10^{-3} \\ 117,8 \pm 8,1 \\ 11,12 \pm 0,58 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} (47,2 \pm 5,1) \times 10^{-2} \\ 54,4 \pm 2,5 \\ 39,3 \pm 0,4 \\ 0,373 \pm 0,021 \end{bmatrix}$
FOBJ	2,41	2,17
$V_{\Psi_{21}}$	Equação 5.95	Equação 5.96
$C_{\Psi_{21}}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0,597 & -0,026 \\ 0,597 & 1 & -0,043 \\ -0,026 & -0,043 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0,235 & -0,03 & -0,878 \\ 0,235 & 1 & -0,210 & 0,156 \\ -0,03 & -0,210 & 1 & -0,05 \\ -0,878 & 0,156 & -0,05 & 1 \end{bmatrix}$
R	0,967	0,958

FONTE: O Autor (2018).

$$V_{\Psi_{21}}^{int} = \begin{bmatrix} 2,20 \times 10^{-6} & 3,64 \times 10^{-3} & -1,13 \times 10^{-5} \\ 3,64 \times 10^{-3} & 16,9 & -5,23 \times 10^{-2} \\ -1,13 \times 10^{-5} & -5,23 \times 10^{-2} & 8,72 \times 10^{-2} \end{bmatrix} \quad (5.95)$$

$$V_{\Psi_{21}}^{frac} = \begin{bmatrix} 6,74 \times 10^{-4} & 7,64 \times 10^{-3} & -1,25 \times 10^{-4} & -2,45 \times 10^{-4} \\ 7,64 \times 10^{-3} & 1,56 & -4,75 \times 10^{-2} & 2,10 \times 10^{-3} \\ -1,25 \times 10^{-4} & -4,75 \times 10^{-2} & 3,28 \times 10^{-2} & -9,80 \times 10^{-5} \\ -2,45 \times 10^{-4} & 2,10 \times 10^{-3} & -9,80 \times 10^{-5} & 1,16 \times 10^{-4} \end{bmatrix} \quad (5.96)$$

Apesar do modelo de ordem fracionária ter um resultado inferior de FOBJ, o coeficiente de correlação foi ligeiramente menor, comparado ao modelo de ordem

inteira. O parâmetro fracionário obtido, mesmo ao acrescentar o valor da incerteza, não ultrapassa o valor da unidade, sendo que este modelo possui características fracionárias.

#### 5.6.2. Comparativo entre Modelo e Experimento

A tabela 5.24 apresenta as previsões dos modelos para os critérios de desempenho para a luminosidade e temperatura, considerando os modelos de ordem inteira e fracionária. Como já mencionado, os modelos inteiro e fracionário para luminosidade são estatisticamente iguais, fato comprovado através do uso dos modelos para previsão dos critérios de desempenho, onde ambos tiveram resultados muito próximos. Para a temperatura operando em malha regulatória, o modelo que forneceu valores mais próximos ao experimental foi o de ordem fracionária, onde o menor erro foi de 2% para o IAE. Para a temperatura operando em problema servo, as melhores previsões foram obtidas para o modelo de ordem fracionária, confirmando os resultados obtidos no item 5.5.2.

TABELA 5.24: COMPARATIVO DOS CRITÉRIOS DE DESEMPENHO PARA OS MODELOS PROPOSTOS PARA LUMINOSIDADE OPERANDO EM MALHA SERVO E TEMPERATURA EM MALHA REGULATÓRIA

Malha		Critério		
		IAE	ISE	ITAE
<b>Luminosidade: Servo e Temperatura: Regulatório</b>				
<b>Luminosidade</b>	Experimental	7,45	5,64	36,3
	Modelo de Ordem Inteira	7,46	5,63	35,2
	Modelo de Ordem Fracionária	7,49	5,62	36,1
<b>Temperatura</b>	Experimental	339	201	1,42x10 <sup>6</sup>
	Modelo de Ordem Inteira	263	145	9,78x10 <sup>5</sup>
	Modelo de Ordem Fracionária	332	182	1,22x10 <sup>6</sup>
<b>Luminosidade: Regulatório e Temperatura: Servo</b>				
<b>Luminosidade</b>	Experimental	-	-	-
	Modelo de Ordem Inteira	-	-	-
	Modelo de Ordem Fracionária	-	-	-
<b>Temperatura</b>	Experimental	199	107	4,66x10 <sup>5</sup>
	Modelo de Ordem Inteira	208	115	4,64x10 <sup>5</sup>
	Modelo de Ordem Fracionária	198	107	4,25x10 <sup>5</sup>

FONTE: O Autor (2018).

O comparativo entre os modelos de ordem inteira e fracionária para  $G_{P21}$  estão apresentados nas figuras 5.46 (variável controlada) e 5.47 (variável manipulada). Não foram comparados os modelos obtidos em malha aberta, pela falta de representatividade dos mesmos.

Ao observar os resultados para a temperatura, ambos modelos representaram a tendência dos dados experimentais. Como há um elevado nível de ruído nas medições, durante a estimação paramétrica não há distinção entre os dados

verdadeiros e o ruído. Entretanto, mesmo em meio aos ruídos, o modelo de ordem fracionária previu melhor o tempo morto do que o modelo de ordem inteira. Para a resposta do atuador, o modelo de ordem fracionária previu com maior acurácia a tensão em estado estacionário, entretanto há um perfil de integração na resposta, provavelmente em decorrência do ruído nesta região.

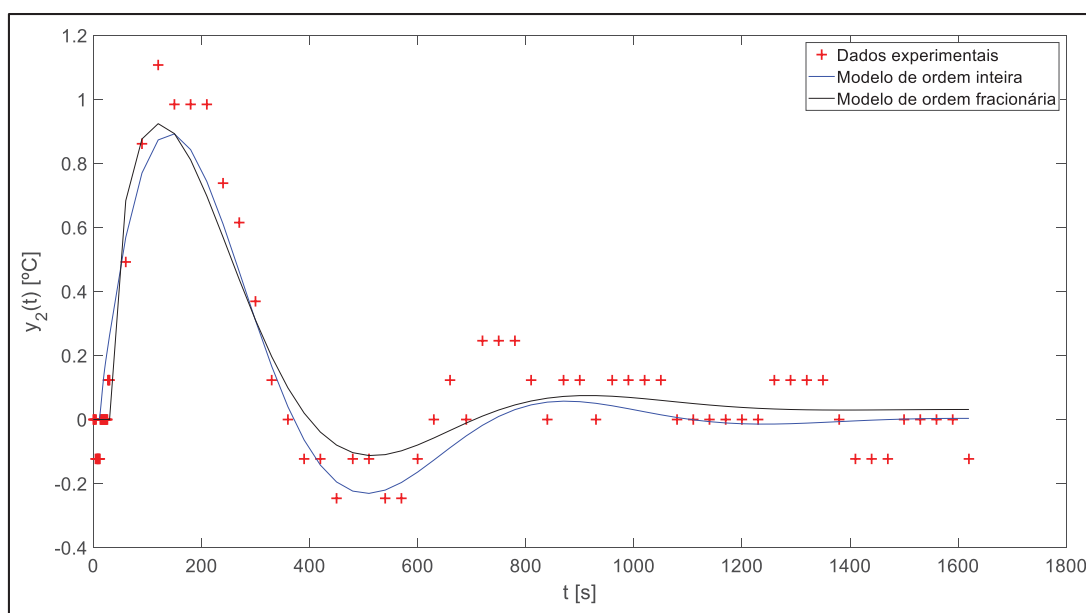


FIGURA 5.46: COMPARATIVO DOS MODELOS E EXPERIMENTO PARA TEMPERATURA OPERANDO EM MALHA REGULATÓRIA

FONTE: O Autor (2018).

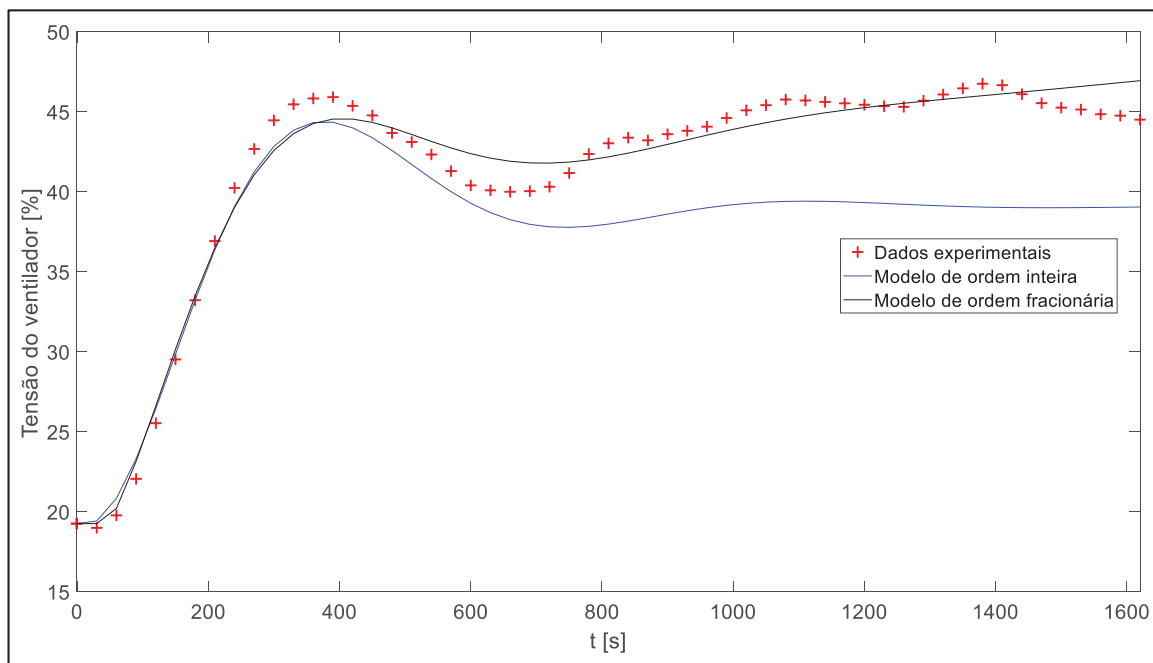


FIGURA 5.47: COMPARATIVO DOS MODELOS E EXPERIMENTO PARA TENSÃO DO VENTILADOR PARA MALHA 2 OPERANDO EM REGULATÓRIO  
 FONTE: O Autor (2018).

Finalmente, as figuras 5.48 e 5.49 apresentam o comparativo dos dados experimentais e dos modelos, considerando modelos inteiro e fracionário, para o sistema TITO.

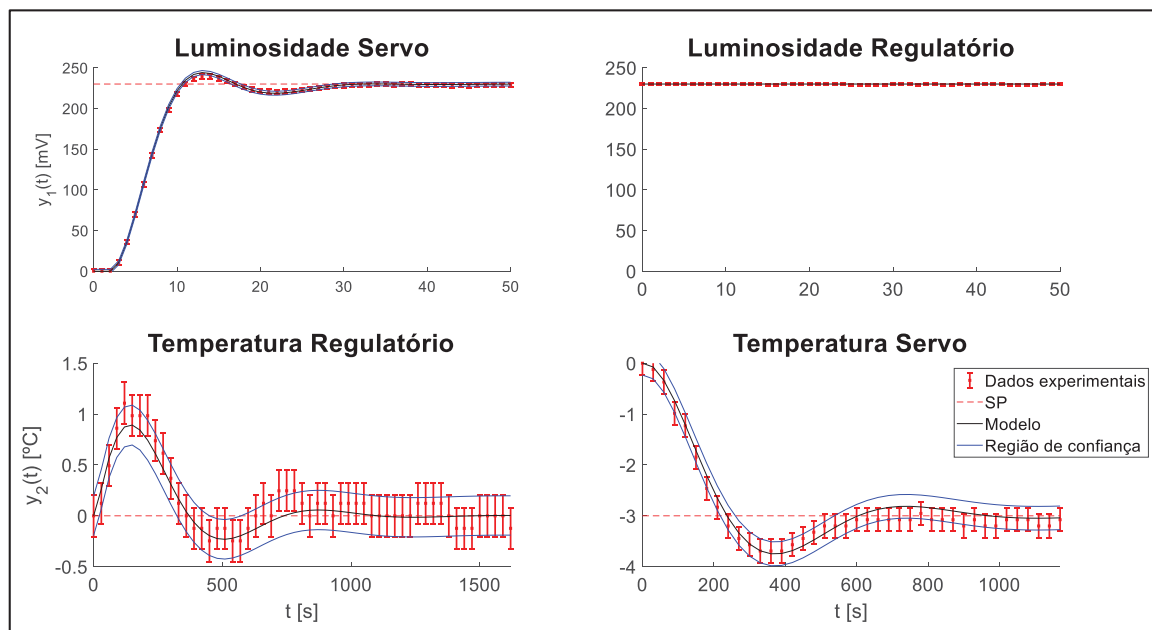


FIGURA 5.48: COMPARATIVO ENTRE OS DADOS EXPERIMENTAIS E OS MODELOS DE ORDEM INTEIRA PARA O SISTEMA TITO

FONTE: O Autor (2018).

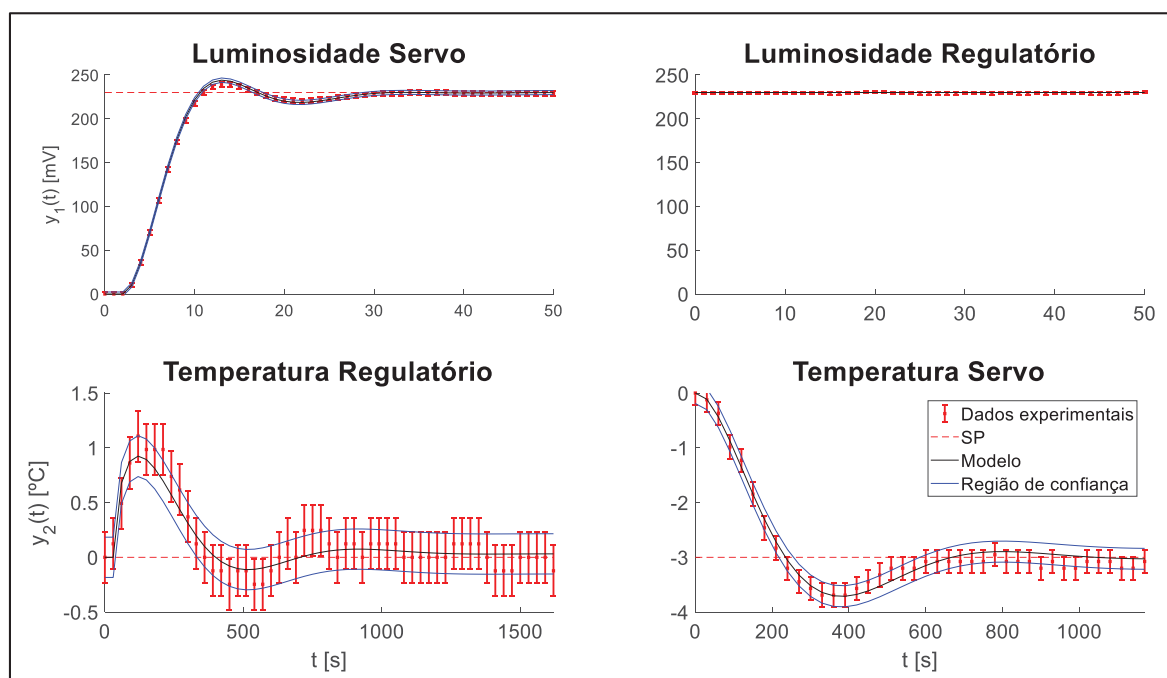


FIGURA 5.49: COMPARATIVO ENTRE OS DADOS EXPERIMENTAIS E OS MODELOS DE ORDEM FRACIONÁRIA PARA O SISTEMA TITO

FONTE: O Autor (2018).



A partir das figuras 5.48 e 5.49, observa-se que os modelos para luminosidade operando em malha servo tiveram desempenhos muito similares, como já comentado. A função para a luminosidade em malha regulatória é nula, já que não há influência da malha 2. Para temperatura, tanto servo quanto regulatório, ambos modelos tiveram bons resultados em prever os dados experimentais. O erro experimental para temperatura é elevado devido ao alto nível de ruído presente nos modelos. Entretanto, mesmo com dados ruidosos, as funções obtidas em malha fechada, tanto para o modelo de ordem inteira quanto fracionária, foram capazes de representar a dinâmica do processo, mostrando assim a versatilidade do método de identificação utilizado.

## 6. CONCLUSÃO

Neste trabalho foram aplicadas técnicas de cálculo fracionário para identificação de um sistema multivariável experimental, comparando os resultados dos modelos fracionários com modelos equivalentes de ordem inteira.

Inicialmente foi montado um módulo experimental, fazendo análises de posicionamento de sensores, dinâmica do sistema e calibração dos elementos envolvidos, bem como integração do módulo com o uso do Arduino® para aquisição de dados em tempo real.

Foram feitas inicialmente identificações em malha aberta para o sistema, obtendo assim dados para realizar o pareamento das variáveis manipuladas e controladas. Com os modelos obtidos em malha aberta, controladores foram sintonizados considerando dois sistemas SISO desacoplados, já que uma das funções de transferência do acoplamento foi nula. Após nova identificação e resintonia dos controladores, houve uma redução dos critérios de desempenho IAE, ISE e ITAE para as duas malhas, resultando em reduções de até 10% para o IAE. Após resintonia, uma nova simulação foi realizada a fim de validar a identificação, a partir do comparativo dos critérios de desempenho do controlador calculados com os dados experimentais e com os modelos. Os modelos de ordem fracionária tiveram um erro de aproximadamente 1,5% em relação aos dados experimentais, enquanto os modelos de ordem inteira apresentaram erros próximos a 5%, para o ISE.

Finalmente, foi realizada a identificação do sistema MIMO, para obtenção dos parâmetros da função cruzada. O procedimento de validação do modelo foi similar ao problema SISO, onde os critérios de desempenho do controlador foram calculados para os modelos e para os dados experimentais. O modelo de ordem inteira apresentou erros superiores a 22%, já o modelo de ordem fracionária apresentou erros próximos a 2%, para o ISE.

Ao utilizar modelos de ordem fracionária para prever os dados experimentais, os resultados foram mais precisos, mostrando assim a superioridade destes modelos em relação a modelos similares de ordem inteira.

## 7. REFERÊNCIAS

- ABATE, J.; CHOUDHURY, G.; WHITT, W. **An introduction to numerical transform inversion and its application to probability models**. Boston, 1999.
- ABATE, J.; WHITT, W. A unified framework for numerically inverting laplace transforms. **INFORMS Journal on Computing**, v. 18, n. 4, p. 408–421, 2006.
- AHMED, A. **Eletrônica de Potência**. São Paulo: Prentice Hall, 2000.
- AHMED, S. Identification from step response - The integral equation approach. **The Canadian Journal of Chemical Engineering**, v. 94, n. 12, p. 2243–2256, 2016.
- ALBERTOS, P.; SALA, A. **Control Systems : An Engineering Approach**. London: Springer, 2004.
- ALEXANDER, C. K.; SADIKU, M. N. O. **Fundamentals of Electric Circuits**. 4º ed. Jefferson City: McGraw-Hill, 2009.
- ALMEIDA, A. M. DE. **Análise de incertezas paramétricas em malhas de controle de processos**, 2012. Universidade Federal do Paraná.
- ANSYS. Ansys Products. , 2016. ANSYS.
- ARDUINO. Arduino Due. Disponível em: <<https://store.arduino.cc/usa/arduino-due>>. Acesso em: 23/1/2019.
- ASTROM, K.; ALBERTOS, P.; BLANKE, M.; et al. **Control of Complex Systems**. London: Springer, 2001.
- ASTROM, K. J.; HAGGLUND, T. **PID Controllers**. 2º ed. Research Triangle Park: Instrument Society of America, 1995.
- ÅSTRÖM, K. J.; WITTENMARK, B. **Computer-controlled systems : theory and design**. 3º ed. Upper Saddle River: Prentice Hall, 1997.
- BEQUETTE, B. W. **Process Control. Modeling, Design, and Simulation**. Prentice Hall, 2002.
- BOX, G. E. P.; HUNTER, W. G. A Useful Method for Model-Building. **Technometrics**, v. 4, n. 3, p. 301–318, 1962.
- BRISTOL, E. H. On a New Measure of Interaction for Multivariable Process Control.

**IEEE Transactions on Automatic Control**, v. 11, n. 1, p. 133–134, 1966.

CAMARGO, R. F.; OLIVEIRA, E. C. **Cálculo Fracionário**. 1º ed. Livraria da Física, 2015.

CAPONETTO, R.; DONGOLA, G.; FORTUNA, L.; PETRÁŠ, I. **Fractional Order Systems: Modeling and Control Applications**. World Scientific, 2010.

CAPONETTO, R.; SAPUPPO, F.; TOMASELLO, V.; MAIONE, G.; LINO, P. Fractional-Order Identification and Control of Heating Processes with Non-Continuous Materials. **entropy**, v. 18, n. 398, p. 1–11, 2016.

ÇENGEL, Y. A.; GHAJAR, A. J. **Transferência de Calor e Massa: Uma Abordagem Prática**. 4º ed. São Paulo: McGraw-Hill, 2012.

CHEN, Y. Q.; AHN, H. S.; PODLUBNY, I. Robust stability check of fractional order linear time invariant systems with interval uncertainties. **Signal Processing**, v. 86, n. 10, p. 2611–2618, 2006.

COELHO, A. A. R.; COELHO, L. DOS S. Identificação de Sistemas Dinâmicos Lineares. , 2004. Florianópolis: Editora da UFSC.

EDGAR, T.F. Process Control: From the Classical to the Postmodern Era. **Chemical Engineering Education**. Austin, 1997.

ELGERD, O. I. **Control Systems Theory**. Tokyo: McGraw-Hill, 1967.

GHANBARI, M.; HAERI, M. Parametric identification of fractional-order systems using a fractional Legendre basis. **Journal of Systems and Control Engineering**, v. 224, n. 3, p. 261–274, 2010.

GOPAL, M. **Modern Control System Theory**. New Delhi: Wiley Eastern Limited, 1984.

GRAUPE, D. **Identification of Systems**. 2º ed. Malabar: Litton Educational, 1976.

GUSTAVSSON, I.; LJUNG, L.; SÖDERSTRÖM, T. Identification of Processes in Closed Loop - Identifiability and Accuracy Aspects. **Automatica**, v. 13, n. 1, p. 59–75, 1977.

HARTLEY, T. T.; LORENZO, C. F. Fractional-order system identification based on continuous order-distributions. **Signal Processing**, v. 83, n. 11, p. 2287–2300, 2003.

HIMMELBLAU, D. M. **Process Analysis by Statistical Method**. John Wiley & Sons, 1970.

HOUPIS, C. H.; LAMONT, G. B. **Digital Control Systems: Theory, Hardware, Software**. 1º ed. Singapore: McGraw-Hill, 1987.

HUANG, T.; YANG, K.; MU, H.; ZHU, Y.; CHENG, R. Closed-Loop Subspace Identification of MIMO Motion System With Flexible Structures for Motion Control. **ASME 2016 International Mechanical Engineering Congress and Exposition (IMECE2016)**. p.1–8, 2016.

INFO, U. Módulo Dimmer. Disponível em: <<https://www.usinainfo.com.br/dimmer-arduino/modulo-dimmer-para-arduino-pic-mc-8a-com-sinal-zero-cross-2799.html>>. Acesso em: 23/1/2019.

INSTRUMENTS, T. LM35 Precision Centigrade Temperature Sensors. , 2017.

JOHANSSON, K. H. The Quadruple-Tank Process: A Multivariable Laboratory Process with an Adjustable Zero. **IEEE Transactions on Control Systems Technology**, v. 8, n. 3, p. 456–465, 2000.

KO, C. C.; CHEN, B. M.; CHEN, J.; ZHUANG, Y.; TAN, K. C. T. Development of a Web-Based Laboratory for Control Experiments on a Coupled Tank Apparatus. **IEEE Transactions on Education**, v. 44, n. 1, p. 76–86, 2001.

KOTSOPODIS, P. Dimming 230V AC with Arduino. Disponível em: <<http://alfadex.com/2014/02/dimming-230v-ac-with-arduino-2/>>. Acesso em: 15/7/2018.

KUO, B. C. **Discrete-Data Control Systems**. Englewood Cliffs: Prentice Hall, 1970.

LAGARIAS, J. C.; REEDS, J. A.; WRIGHT, M. H.; WRIGHT, P. E. Convergence Properties of the Nelder-Mead Simplex Method in Low Dimensions. **SIAM Journal on Optimization**, v. 9, n. 1, p. 112–147, 1998.

LEIGH, J. R. **Applied Digital Control: Theory, Design and Implementation**. 1º ed. London: Prentice Hall, 1985.

LI, W.; LEE, J. H. Frequency-Domain Closed-Loop Identification of Multivariable Systems for Feedback Control. **AiChE**, v. 42, n. 10, p. 2813–2827, 1996.

LI, Z.; LIU, L.; DEGHAN, S.; CHEN, Y. Q.; XUE, D. A review and evaluation of

numerical tools for fractional calculus and fractional order controls. **International Journal of Control**, v. 90, n. 6, p. 1165–1181, 2017.

LJUNG, L. *System Identification: Theory for the User*. , 1999. Upper Saddle River: Prentice Hall.

LOVERRO, A. **Fractional Calculus: History, Definitions and Applications for the Engineer**. Notre Dame, 2004.

MANSOUR, M. Robust Stability of Interval Polynomials and Kharitonov's Theorem. **Systems & Control Encyclopedia**, 1990. Pergamon Press.

MATUŠU, R.; SENOL, B.; PEKAR, L. Robust stability of fractional order polynomials with complicated uncertainty structure. **PLoS ONE**, v. 12, n. 6, p. 1–13, 2017.

MOLLENKAMP, R. A. **Controle Automático de Processos**. São Paulo: EBRAS, 1988.

MONJE, C. A.; CHEN, Y. C.; VINAGRE, B. M.; XUE, D.; FELIU, V. **Fractional-order Systems and Controls: Fundamentals and Applications**. Springer, 2010.

MURESAN, C. I.; DULF, E. H.; COPOT, C.; DE KEYSER, R.; IONESCU, C. Design and analysis of a multivariable fractional order controller for a non-minimum phase system. **Journal of Vibration and Control**, v. 22, n. 9, p. 2187–2195, 2015.

OGATA, K. **Modern Control Engineering**. 4<sup>o</sup> ed. New Jersey: Prentice Hall, 2002.

OTTO, M. **Chemometrics: Statistics and Computer Application in Analytical Chemistry**. Weinheim: Wiley-VHC Verlag GmbH & Co., 2017.

OUROLUX. Lâmpada Incandescente Secagem 250W. , 2018.

PENSAR, J. A.; WALLER, K. V. Steady-State-Gain Identification for Multivariable Process Control. **Industrial and Engineering Chemistry Research**, v. 32, n. 9, p. 2012–2016, 1993.

PETRÁŠ, I.; CHEN, Y.; VINAGRE, B. M. A robust stability test procedure for a class of uncertain LTI fractional order systems. **International Carpathian Control Conference ICC**. p.247–252, 2002.

PODLUBNY, I. **Fractional Differential Equations**. London: Academic Press, 1999.

PODLUBNY, I. Fractional-Order Systems and PID-Controllers. **IEEE Transactions on**

**Automatic Control**, v. 44, n. 1, p. 208–214, 1999.

ROY, P.; KRISHNA ROY, B. Fractional order PI control applied to level control in coupled two tank MIMO system with experimental validation. **Control Engineering Practice**, v. 48, p. 119–135, 2016. Elsevier.

ROY, P.; ROY, B. K. Dual mode adaptive fractional order PI controller with feedforward controller based on variable parameter model for quadruple tank process. **ISA Transactions**, v. 63, p. 365–376, 2016. Elsevier.

SCHWAAB, M.; PINTO, J. C. **Análise de Dados Experimentais I**. Rio de Janeiro: e-papers, 2007.

SEBORG, D. E.; EDGAR, T. F.; MELLICHAMP, D. A. **Process Dynamics and Control**. 2º ed. Wiley, 2004.

SIEROICIUK, D.; ZIUBINSKI, P. Identification of fractional order noises. 19th **International Conference on Methods and Models in Automation and Robotics (MMAR)**. p.240–245, 2014.

SIGHIERI, L.; NISHINARI, A. **Controle Automático de Processos Industriais: Instrumentação**. 2º ed. São Paulo: Edgard Blücher, 1982.

SKOGESTAD, S. Simple analytic rules for model reduction and PID controller tuning. **Journal of Process Control**, v. 13, p. 291–309, 2003.

STEPHANOPOULOS, G. **Chemical Process Control: An Introduction to Theory and Practice**. Englewood Cliffs: Prentice-Hall, 1984.

SUGIE, T.; INOUE, K.; MARUTA, I. On noise tolerant closed loop identification of MIMO systems. **2017 56th Annual Conference of the Society of Instrument and Control Engineers of Japan, SICE**, n. 9, p. 581–582, 2017.

SUNON. DC Brushless Fan and Blower. , 2017.

TECHNOLOGIES, S. Light Dependent Resistor - LDR. , 2008.

VERHAEGEN, M. Application of a subspace model identification technique to identify LTI systems operating in closed-loop. **Automatica**, v. 29, n. 4, p. 1027–1040, 1993.

VICTOR, S.; MALTI, R.; GARNIER, H.; OUSTALOUP, A. Parameter and differentiation order estimation in fractional models. **Automatica**, v. 49, n. 4, p. 926–935, 2013.

Elsevier Ltd.

WIBERG, D. M. **State Space and Linear Systems**. McGraw-Hill, 1971.



## ANEXO A – DIMENSÕES DA CÂMARA

As dimensões da câmara são apresentadas nas figuras A1 a A3.

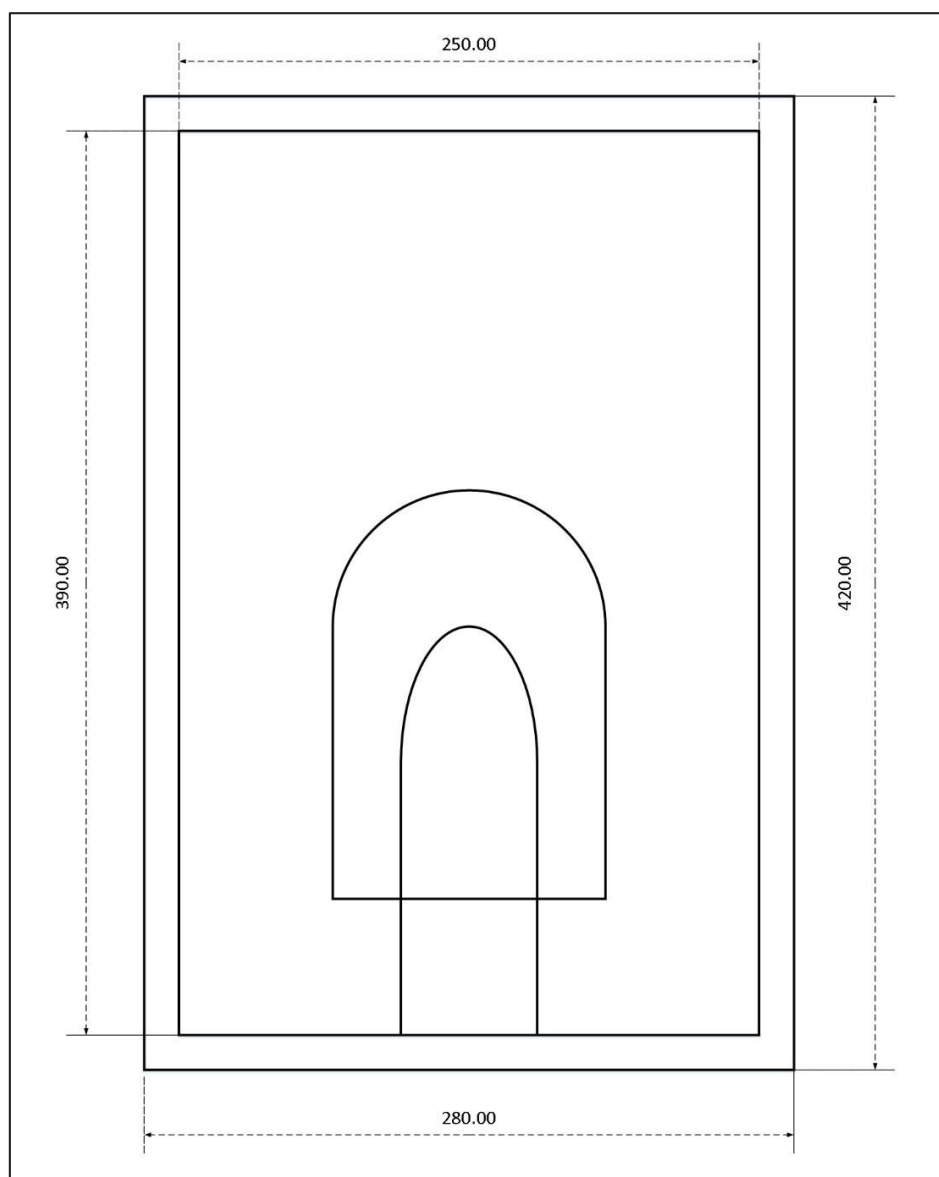


FIGURA A1: VISTA FRONTAL DA CÂMARA

FONTE: O Autor (2018).

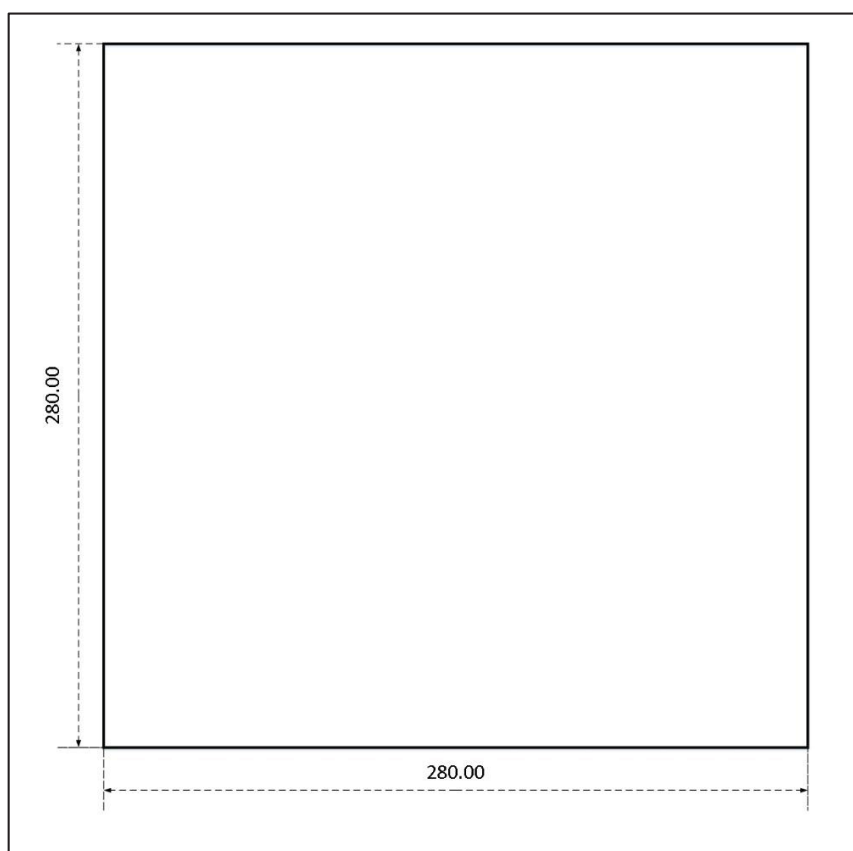


FIGURA A2 - VISTA SUPERIOR DA CÂMARA

FONTE: O Autor (2018).

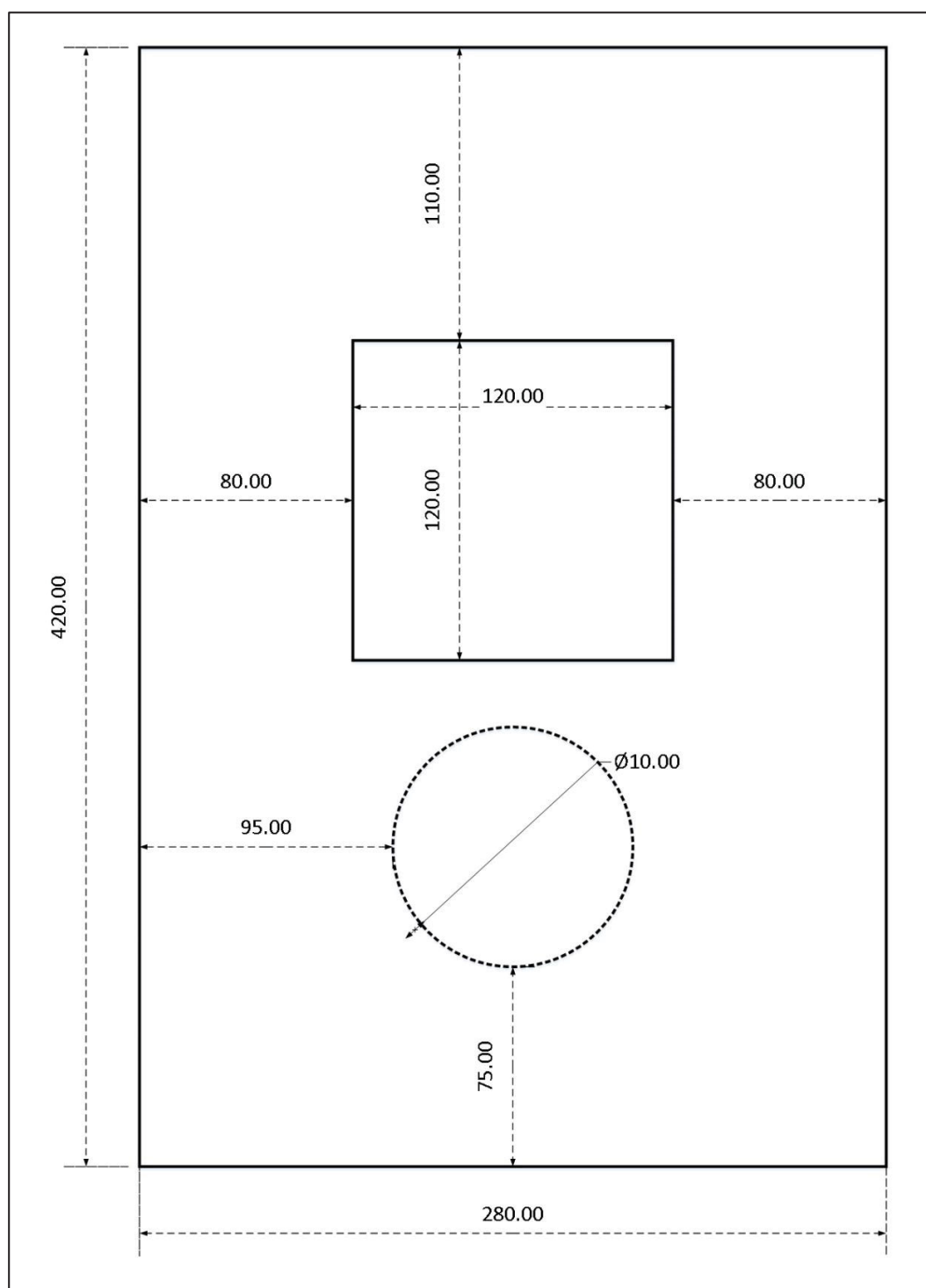


FIGURA A3: VISTA LATERAL DA CÂMARA

FONTE: O Autor (2018).

## ANEXO B – CIRCUITO ELÉTRICO DO MÓDULO EXPERIMENTAL

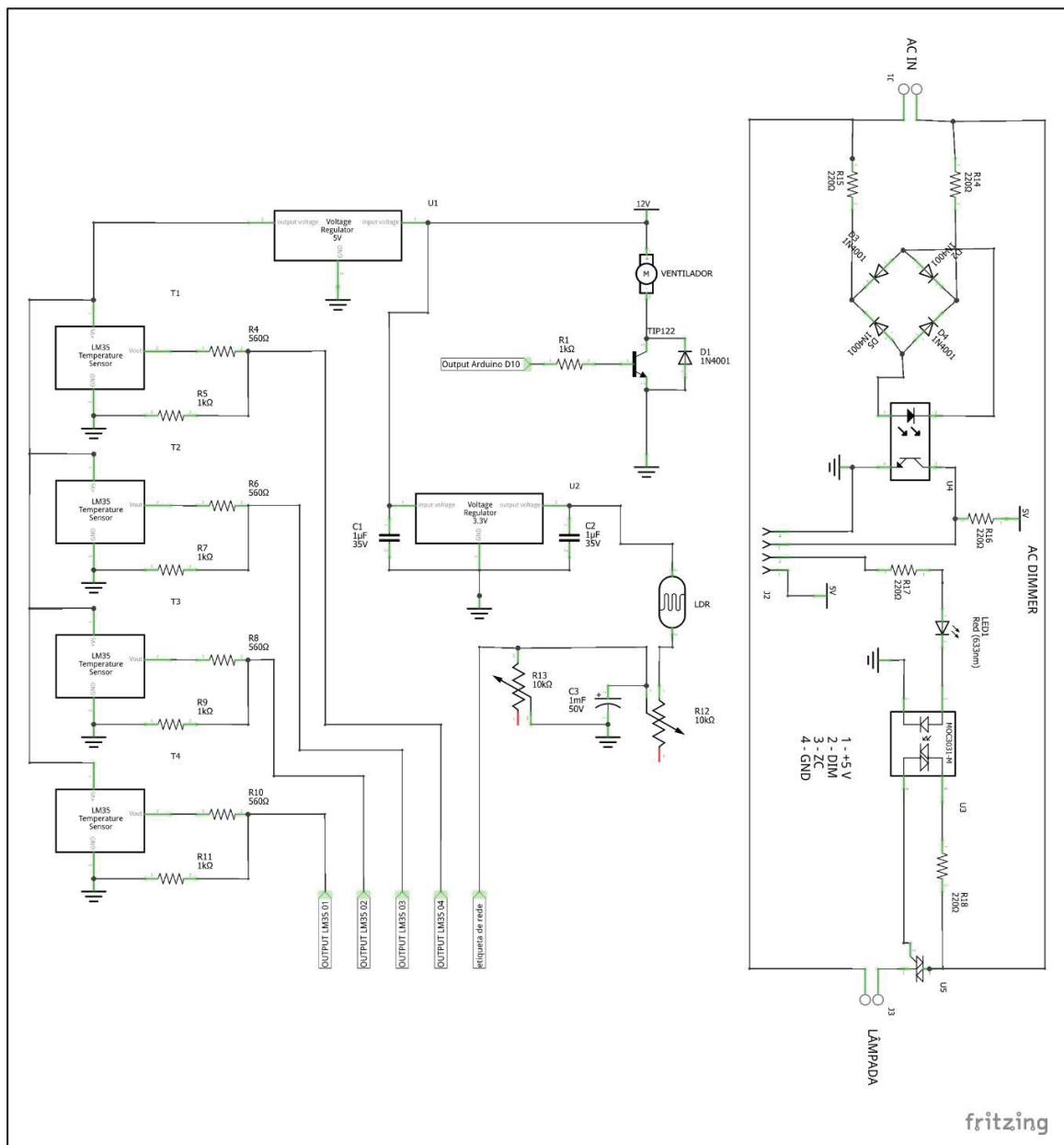


FIGURA B1: CIRCUITO ELÉTRICO DO MÓDULO EXPERIMENTAL

FONTE: O Autor (2018).